

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

Brunno Henrique Brito

**ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES
METODOLOGIAS PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE
COMISSIONAMENTO DE UNIDADES DE USINAS
HIDRELÉTRICAS ACOPLADAS EM CASCATA**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do Grau de
Mestre em Sistemas de Energia
Orientador: Prof. Dr. Erlon Cristian
Finardi.

Florianópolis

2015

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da
Universidade Federal de Santa Catarina

Brito, Brunno Henrique

Análise Comparativa de Diferentes Metodologias para a Solução do Problema de Comissionamento de Unidades de Usinas Hidrelétricas Acopladas em Cascata / Brunno Henrique Brito ; orientador, Erlon Cristian Finardi ; coorientador, Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa. - Florianópolis, SC, 2015.

107 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia Elétrica. 2. Geração de Energia Elétrica. 3. Usinas Hidrelétricas. 4. Planejamento Energético de Curto Prazo. 5. Comissionamento de Unidades Hidrelétricas. I. Finardi, Erlon Cristian . II. Takigawa, Fabrício Yutaka Kuwabata. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

AGRADECIMENTOS

A execução dessa dissertação não seria possível sem o apoio direto ou indireto de diversas pessoas. Por isso, não tem como não ser grato:

Inicialmente e principalmente à Deus, por ter me concebido saúde, força, sabedoria e pessoas que me apoiaram, ajudaram e incentivaram nos momentos mais desafiantes.

A minha esposa, *Valdiscléia Teixeira Barros de Brito*, pela companhia e apoio incondicional durante o período de execução do Mestrado.

A minha filha, *Brunna Raphaela Teixeira Brito*, por me dar motivos e forças para não desistir jamais dos meus objetivos.

Ao meu orientador, *Prof. Erlon Cristian Finardi*, que de forma descontraída e, ao mesmo tempo, responsável, não mediu esforços para me incentivar a desenvolver um trabalho relevante à sociedade.

Ao meu coorientador, *Prof. Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa*, por sua dedicação e pelas importantes contribuições e sugestões realizadas neste trabalho.

Aos professores do Labplan e do Labspot pela mediação nas disciplinas cursadas no primeiro ano.

Aos companheiros de sala no Labplan, *Rodolfo Calderon*, *Carlos Ernani*, *Felipe Beltran*, *Guilherme Fredo*, *Pablo Galvis* e *Deysy Murillo*, pelo convívio, pela paciência, pelos auxílios e momentos de descontração. Em especial, aos colegas *Rodolfo Calderon* e *Carlos Ernani*, pela parceria desde o primeiro ano de disciplinas.

Aos demais colegas do Labplan pelos auxílios e momentos de descontração. Em especial aos colegas *Marco Delgado*, *Paulo Larroyd*, *Murilo Scuzziato*, *Carlos Arturo*, *Marcelo Cordova*, *Andres Martinez*, *Rodolfo Bialecki*, *Pedro Vieira*, *Valmor Zimmer*, *Marcelo Benetti*, *Daniel Tenfen* e *Fábio Mantelli*.

Aos meus pais, *João Gomes Brito* e *Márcia Regina Girotto Brito*, e irmãos, *Denis de Brito* e *Raphael de Brito*, pelo incentivo, apoio e carinho.

À família da minha esposa. Em especial à minha sogra, *Maria Teixeira Barros*, pelo carinho e apoio incondicional nessa etapa da minha vida.

Aos professores da Coordenação de Indústria e à direção do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO) Campus Palmas pela aprovação do meu afastamento para capacitação.

Por fim, agradeço ao Governo Federal e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo suporte financeiro para a realização deste trabalho.

RESUMO

No Brasil, o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) fornece uma meta de geração de potência ativa para cada usina hidrelétrica e hora do dia seguinte. Neste cenário, os agentes de geração devem resolver o problema do Comissionamento das Unidades Hidrelétricas (CUH), que define quais unidades geradoras estarão em operação, bem como os seus respectivos níveis de geração, levando-se em conta as restrições relacionadas com a operação das unidades e dos reservatórios. Devido às características inerentes à geração hidrelétrica, ao número de unidades geradoras envolvidas, às variáveis binárias necessárias para representar as unidades que estarão em operação em cada hora do dia seguinte e ao acoplamento temporal e espacial de usinas em cascata, o problema do CUH é representado matematicamente como um problema de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) de grande porte. No geral, problemas dessa natureza são resolvidos por técnicas de programação matemática e heurísticas. Como as abordagens baseadas em heurísticas são mais adequadas para problemas com estrutura combinatória relativamente simples, as técnicas de programação matemática tendem a ser mais adequadas para resolver este tipo de problema. Neste sentido, este trabalho apresenta uma análise comparativa de três diferentes estratégias de solução baseadas em técnicas de programação matemática para o problema do CUH. A primeira utiliza técnicas de Relaxação Lagrangiana (RL) e Recuperação Primal (RP) a partir de decomposições que exploram a estrutura do problema. A segunda utiliza um pacote computacional especializado em PNLIM capaz de resolver problemas de médio porte. Por fim, a terceira estratégia busca linearizar o problema proposto e resolvê-lo como um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). As simulações e análises associadas com este trabalho são obtidas em um sistema real de oito usinas acopladas em cascata, com um total de 29 unidades geradoras.

Palavras-chave: Comissionamento de Unidades Hidrelétricas, Relaxação Lagrangiana, Recuperação Primal, Programação Não Linear Inteira Mista, Programação Linear Inteira Mista.

ABSTRACT

In Brazil, the Independent System Operator (ISO) provides a day-ahead generation target for each hydroelectric plant. In this scenario, generation agents should solve the Hydro Unit Commitment (HUC) problem, where they must define which generating units will be in operation and their respective generation levels, given the constraints associated with the operation of the units and reservoirs. Due to the inherent characteristics of hydroelectric generation, number of units involved, binary variables needed to represent the units that will be in operation in each hour of the day and the temporal and spatial coupling plants constraints, the HUC problem is mathematically represented as a large-scale Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP) problem. In terms of solution strategies, computational methods can be divided into two groups: mathematical programming techniques and heuristics. In general, the heuristic-based approaches are not particularly competitive for HUC problem, since as they usually deal with simplified models. The apparent reason is that heuristics are best appropriate at problems that exhibit a predominant and relatively simple combinatorial structure to which the various elements of the heuristic can be specifically personalized. The HUC problem possesses several combinatorial structures, especially when complex constraints have to be dealt with; therefore, on the outset is best approached with mathematical programming techniques. In this scenario, this master dissertation aims to access the solution quality when HUC problem is solved by means of the following mathematical programming techniques: (i) Lagrangian relaxation, which is a dual decomposition technique that exploits the structure of the problem; (ii) MINLP solver that can handle the size and the nonconcavity of the problem; and, (iii) Mixed-integer linear programming (MILP) problem that uses a piecewise function of the hydropower model. To perform the comparative analysis, we present the numerical results related to a real-life system with 8-cascaded reservoirs and 29 generating units.

Keywords: Hydro Unit Commitment, Lagrangian Relaxation, Mixed Integer Nonlinear Programming, Mixed Integer Linear Programming.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Etapas do POE no Brasil.	16
Figura 2.1: Componentes básicos de uma hidrelétrica. Fonte: Scuzziato (2011).	27
Figura 2.2: Diagrama esquemático de uma unidade.	28
Figura 2.3: Curva colina de uma turbina hidráulica. Fonte: Finardi (2003).	33
Figura 3.1: Níveis hierárquicos da RL.	42
Figura 3.2: Algoritmo AOA.	52
Figura 3.3: f_{cm} linear e não linear na usina de Santa Clara.	54
Figura 3.4: f_{cm} linear melhorada e não linear na usina de Santa Clara.	55
Figura 3.5: Função de Produção da usina de Santa Clara.	57
Figura 3.6: Linearização da função de produção.	58
Figura 4.1: Diagrama esquemático do sistema hidrelétrico.	64
Figura 4.2: Metas de demanda por usina – Caso Base.	69
Figura 4.3: Metas de demanda para a Cascata – Caso Base.	69
Figura 4.4: Evolução da função dual e norma do subgradiente na RL – Caso Base.	70
Figura 4.5: Evolução da solução na RP – Caso Base.	71
Figura 4.6: Metas de demanda para a cascata – Casos Variados.	83
Figura A.1: Altura de queda líquida da usina H_8	103
Figura A.2: Função de Produção não linear nas alturas de queda definidas para H_8	104
Figura A.3: Pontos criados em H_8	105
Figura A.4: Espaço bidimensional da função de produção em H_8	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Limites operativos dos reservatórios.....	64
Tabela 4.2: Coeficientes da função de cota montante.	65
Tabela 4.3: Coeficientes da função de cota jusante.	65
Tabela 4.4: Constantes de Perdas Hidráulicas.	65
Tabela 4.5: Coeficientes das funções de rendimento hidráulico.	66
Tabela 4.6: Coeficientes das funções de vazão turbinada máxima.	66
Tabela 4.7: Coeficientes das funções de vazão turbinada mínima.	67
Tabela 4.8: Coeficientes das perdas no conjunto turbina-gerador.	67
Tabela 4.9: Afluências, t^{up} e volumes iniciais – Caso Base.	68
Tabela 4.10: Gerações obtidas na usina H_6 via RL/RP – Caso Base.....	71
Tabela 4.11: Volumes iniciais e finais via RL/RP – Caso Base.....	73
Tabela 4.12: Gerações obtidas na usina H_6 via AOA – Caso Base.	74
Tabela 4.13: Volumes iniciais e finais via AOA – Caso Base.	75
Tabela 4.14: Alturas de queda líquida iniciais em m via PLIM – Caso Base.	76
Tabela 4.15: Vazões turbinadas iniciais em m^3/s via PLIM – Caso Base.	76
Tabela 4.16: Potências iniciais em MW via PLIM – Caso Base.....	77
Tabela 4.17: Valores iniciais para o cálculo da queda líquida via PLIM – Caso Base.	77
Tabela 4.18: Gerações obtidas na usina H_6 via PLIM – Caso Base.	78
Tabela 4.19: Volumes iniciais e finais via PLIM – Caso Base.	79
Tabela 4.20: Resumo dos resultados – Caso Base.	79
Tabela 4.21: Vazões Defluentes em m^3/s – Caso Base.	80
Tabela 4.22: Volumes finais em hm^3 – Caso Base.	80
Tabela 4.23: Alocação de unidades e vazões na usina H_6 – Caso Base.	81
Tabela 4.24: Volumes iniciais com 30%.	83
Tabela 4.25: Valores da função objetivo – Casos variados.....	84
Tabela 4.26: Resumo dos volumes finais – Casos variados.....	84
Tabela 4.27: Resumo dos tempos de simulação – Casos Variados.....	85

Tabela 4.28: Comparação RL/RP x AOA no Cenário 2.	85
Tabela 4.29: Resultados e comparações – Meta por usina x Meta por cascata..	88
Tabela 4.30: Resultados e comparações – Meta por usina x Meta por empresa.	88
Tabela 4.31: Vazão defluente economizada - Meta por empresa.	89
Tabela A.1: Erros médios entre as funções de produção linear e não linear....	107

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	- Agência Nacional de Energia Elétrica
AOA	- AIMMS <i>Outer Approximation</i>
CEPEL	- Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
EMQ	- Erro Médio Quadrático
EPE	- Empresa de Pesquisa Energética
LAI	- Lagrangiano Aumentado Inexato
ONS	- Operador Nacional do Sistema Elétrico
PD	- Programação Dinâmica
PDO	- Programação Diária da Operação Eletroenergética
PL	- Programação Linear
PLIM	- Programação Linear Inteira Mista
PNL	- Programação Não Linear
PNLIM	- Programação Não Linear Inteira Mista
POE	- Planejamento da Operação Energética
PQ	- Programação Quadrática
PQS	- Programação Quadrática Sequencial
RL	- Relaxação Lagrangiana
RP	- Recuperação Primal
SIN	- Sistema Interligado Nacional
UHE	- Usina Hidrelétrica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
1.2	CONTRIBUIÇÕES	24
1.3	OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2	MODELAGEM E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	27
2.1	INTRODUÇÃO.....	27
2.2	MODELAGEM DO SISTEMA HIDRELÉTRICO.....	27
2.2.1	Altura de Queda Líquida.....	29
2.2.2	Rendimento Hidráulico da Turbina	32
2.2.3	Perdas Mecânicas na Turbina e Globais do Gerador	33
2.2.4	Função de Produção das Unidades Hidrelétricas	34
2.2.5	Restrições Operativas Adicionais.....	35
2.3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	38
2.4	CONCLUSÕES	40
3	ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO	41
3.1	INTRODUÇÃO.....	41
3.2	RELAXAÇÃO LAGRANGIANA E RECUPERAÇÃO PRIMAL....	41
3.2.1	Relaxação Lagrangiana	42
3.2.2	Recuperação Primal.....	47
3.3	PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR INTEIRA MISTA	50
3.4	PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA	52
3.4.1	Linearização da Altura de Queda Líquida	53
3.4.2	Linearização da Função de Produção.....	56
3.4.3	Problema Linearizado	60
3.5	CONCLUSÕES	62
4	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E	
	RESULTADOS.....	63

4.1	INTRODUÇÃO	63
4.2	DESCRIÇÃO DOS DADOS INICIAIS	63
4.3	RESULTADOS	67
4.3.1	Caso Base	68
4.3.1.1	Relaxação Lagrangiana e Recuperação Primal	70
4.3.1.2	Programação Não Linear Inteira Mista	73
4.3.1.3	Programação Linear Inteira Mista.....	75
4.3.1.4	Análise Comparativa.....	79
4.3.2	Casos Variados	82
4.3.3	Consideração de Metas de Demanda para Grupos de Usinas	87
4.3.3.1	Demanda por Cascata	87
4.3.3.2	Demanda por Empresa.....	88
4.4	CONCLUSÕES.....	89
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA	
	TRABALHOS FUTUROS	91
	REFERÊNCIAS.....	95
	APÊNDICE – Análise da Função de Produção do Problema de	
	PLIM.....	103

1 INTRODUÇÃO

Segundo o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), o sistema de transmissão e produção de energia elétrica no Brasil, definido como Sistema Interligado Nacional (SIN), é classificado como hidrotérmico de grande porte, com predominância de usinas hidrelétricas e com múltiplos proprietários (ONS, 2014). Atualmente, a geração hidrelétrica no país corresponde a cerca de 67% da capacidade total instalada (ANEEL, 2015).

Por utilizarem a água que corre nos rios como fonte de energia, as usinas hidrelétricas são economicamente e ambientalmente priorizadas no despacho hidrotérmico. No entanto, as incertezas meteorológicas e os períodos de estiagens característicos de algumas regiões demandam estudos que busquem garantir o máximo do despacho hidrelétrico ao longo do tempo. Neste sentido, o problema de Planejamento da Operação Energética (POE) pretende estimar as gerações das usinas hidrelétricas e termelétricas de forma a atender à demanda de energia elétrica ao menor custo possível, considerando um nível de risco compatível com as diretrizes do governo brasileiro.

Dado as complexidades associadas ao POE (FINARDI, 2003), o ONS divide este problema em três etapas coordenadas entre si. A diferença básica entre as etapas está relacionada ao horizonte de estudo e ao nível de detalhamento na modelagem do sistema hidrotérmico, a saber: quanto menor o horizonte de estudo, maior o nível de detalhamento. A Figura 1.1 apresenta de forma resumida tais etapas com destaque para o horizonte, a discretização temporal e os principais modelos de otimização utilizados na otimização hidrotérmica no Brasil.



Figura 1.1: Etapas do POE no Brasil.

No planejamento de médio prazo, uma política de geração é definida considerando cada subsistema do SIN (Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Norte e Nordeste) para cada mês dos próximos cinco anos. Este estudo é realizado anualmente com revisões quadrimestrais e a principal ferramenta computacional de otimização é o modelo NEWAVE (CEPEL, 2001). Por isso, esse modelo auxilia a Empresa de Pesquisas Energéticas (EPE) no planejamento da expansão do sistema elétrico brasileiro. Diversos estudos têm buscado o aprimoramento da modelagem e da estratégia de solução utilizadas no modelo NEWAVE (PEREIRA e PINTO, 1985; KLIGERMAN, 1992; SILVA e FINARDI, 2003; LARROYD, 2012; MATOS, 2012).

Por sua vez, o planejamento de curto prazo define as diretrizes para o despacho de cada usina de energia elétrica do SIN para a próxima semana. Para tanto, é utilizado um horizonte de dois meses com discretização semanal no primeiro mês. A função de custo futuro determinada na etapa anterior (i.e., a política de geração) é utilizada para determinar a política neste novo horizonte. O estudo desta etapa é realizado mensalmente com revisões semanais e as principais ferramentas computacionais são os modelos NEWAVE e DECOMP (CEPEL, 2003). Os estudos dessa etapa começaram com Pereira e Pinto (1983) e têm sido foco de aprimoramentos nos últimos anos (GONÇALVES, 2007; SANTOS *et al.*, 2008; SANTOS *et al.*, 2009; SANTOS, 2010; GONÇALVES, 2011).

Por fim, com relação a Figura 1.1, a Programação Diária da Operação Energética (PDO) finaliza o processo do POE e tem como objetivo principal otimizar o despacho de todas as unidades do SIN para um horizonte de uma semana com discretização de trinta minutos nos dois primeiros dias e horária nos demais. Devido à complexidade das diversas não linearidades envolvidas no processo de geração das unidades geradoras e a inclusão de variáveis binárias para determinar as unidades que serão acionadas ao longo do período da PDO, ainda não se tem uma ferramenta computacional consolidada para a POE. Nesse sentido, diversos estudos têm sugerido estratégias que buscam dar suporte para o desenvolvimento da PDO nos últimos anos (BELLONI *et al.*, 2003; FINARDI, 2003; MONTIBELLER, 2003; RODRIGUES *et al.*, 2006; DINIZ, 2007; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011; ARISTIZÁBAL, 2012).

Como ainda não existe uma ferramenta computacional consolidada para estabelecer o comissionamento das unidades geradoras no sistema elétrico brasileiro, o ONS faz o uso de diretrizes resultantes dos estudos de curto prazo para conceber os programas diários de produção, de intervenções e de defluências (ONS, 2009). O programa diário de produção caracteriza-se pela disponibilidade de uma meta de geração, em MW, para cada hora do dia seguinte para todas as usinas do SIN. Dessa forma, os agentes de geração tem a tarefa de, a partir dessas metas de geração, determinar quais unidades geradoras deverão ser acionadas e seus respectivos níveis de geração. Contudo, a tarefa de comissionamento em unidades geradoras de usinas hidrelétricas não é trivial, visto que a função de produção destas unidades é determinada por uma série de fatores relacionados às características físicas e operativas das mesmas. Por isso, este problema tem como objetivo determinar quais unidades hidrelétricas devem ser acionadas para cada hora do dia seguinte a partir das metas de geração fornecidas pelo ONS. Adicionalmente, busca-se também determinar o nível de geração de cada unidade ao longo do próximo dia.

O problema de comissionamento de unidades geradoras é de natureza não linear, devido à função de produção, inteiro misto e de grande porte, por conta do elevado número de unidades envolvidas. Por isso, técnicas de programação matemática e ferramentas computacionais robustas têm sido utilizadas para se conseguir boas soluções viáveis para o problema. Estudos mais recentes mostram que soluções desta natureza podem ser obtidas por meio da Relaxação Lagrangiana (RL) e do Lagrangiano Aumentado Inexato (LAI) (DINIZ, 2007; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011). No entanto, alguns autores linearizam a

função de produção e resolvem o problema linear com variáveis inteiras diretamente por pacotes de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) (MARTIN, 2000; MAHALIK *et al.*, 2012; LI *et al.*, 2014).

No intuito de auxiliar os agentes de geração de usinas hidrelétricas e dar suporte ao desenvolvimento da PDO, esta dissertação visa apresentar uma análise comparativa de diferentes estratégias de solução para o problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas acopladas em cascata. Neste sentido, a revisão bibliográfica apresentada na próxima seção explicitará as diferentes estratégias de soluções utilizadas em diferentes modelagens que otimizam o despacho de usinas hidrelétricas em períodos de planejamento condizentes com a PDO.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

De forma geral, as diversas modelagens que otimizam usinas hidrelétricas no âmbito da PDO são resolvidas por técnicas de programação matemática ou por abordagens baseadas em heurísticas. As abordagens baseadas em heurísticas não são particularmente competitivas para problemas de Comissionamento de Unidades Hidrelétricas (CUH), pois normalmente lidam com modelos simplificados, ou seja, são melhor adequadas para problemas que exibem uma estrutura combinatória relativamente simples. Por isso, neste trabalho o problema é resolvido por técnicas de programação matemática.

Dentre as técnicas de programação matemática utilizadas para resolver problemas de CUH, destacam-se as estratégias de decomposição e aquelas que empregam o uso de pacotes comerciais de PLIM. Por outro lado, mais recentemente, tem havido um crescente interesse por pacotes de PNLIM para resolver uma série de problemas práticos. Tal interesse pode ser explicado, por exemplo, em função de novos paradigmas e melhor compreensão teórica que resultaram em mais rápidos e confiáveis pacotes de Programação Não Linear (PNL). Portanto, esta revisão bibliográfica tem como principais objetivos a apresentação das modelagens e das técnicas de programação matemática que têm sido utilizadas para resolver problemas que otimizam o despacho de hidrelétricas no âmbito da PDO.

Inicialmente esta seção apresentará alguns dos principais trabalhos que aplicaram técnicas de decomposição para problemas inerentes à PDO. Essas técnicas têm sido bastante pesquisadas no Brasil. No Laboratório de Planejamento de Energia Elétrica (Labplan), por

exemplo, diversas pesquisas têm mostrado evoluções significativas tanto no nível de detalhamento do sistema, bem como na qualidade das soluções (MONTIBELLER, 2003; FINARDI, 2003; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011; ARISTIZÁBAL, 2012). Além desses trabalhos, outros que utilizaram técnicas de decomposição do problema serão descritos na primeira parte desta seção.

Montibeller (2003), Finardi (2003), Rodrigues (2009), Takigawa (2010) e Aristizábal (2012) modelaram um problema de comissionamento de unidades geradoras para um sistema hidrotérmico. O parque gerador hidrelétrico nestes trabalhos é representado em detalhes. Todos apresentaram uma função de produção das unidades hidrelétricas não-linear e dependente do volume, da vazão defluente do reservatório e da vazão turbinada da unidade. No entanto, a forma com que cada problema foi modelado, decomposto e solucionado mostra como estratégias de solução baseadas na decomposição do problema de programação podem ser eficientes.

Montibeller (2003) considera as zonas proibidas de operação, os custos relacionados à partida das unidades e os tempos mínimos que as unidades devem permanecer ligadas/desligadas (*minimum up/downtime*) na modelagem das hidrelétricas. Por sua vez, restrições de *minimum up/downtime* e de rampa não são consideradas na modelagem das unidades termelétricas. O problema é resolvido utilizando RL para relaxar as restrições de balanço de potência e de reserva girante das unidades hidrelétricas e termelétricas e decompor o problema original em um subproblema contínuo hidrelétrico, um subproblema inteiro também desta natureza e um subproblema termelétrico. O método de feixes (LEMARÉCHAL *et al.*, 1996) é utilizado para otimizar a função dual. Como a solução da RL é inviável ao problema primal, uma segunda etapa de Recuperação Primal (RP) organiza a solução de forma a atender todas as restrições violadas na etapa anterior.

Finardi (2003) e Rodrigues (2009) modelaram o problema de forma semelhante a Montibeller (2003). No entanto, eles consideram restrições de *minimum up/downtime* e de rampa na modelagem das unidades termelétricas. Além disso, o intercâmbio entre os subsistemas também é considerado nessa modelagem. Utilizando técnicas de RL com duplicação de variáveis, o problema original é decomposto em quatro subproblemas: Hidrelétrico, Termelétrico, Hidráulico e de Atendimento à Demanda. Tais subproblemas são resolvidos utilizando técnicas de Programação Quadrática Sequencial (PQS), Programação Dinâmica (PD) e Programação Linear (PL). O problema dual é resolvido

utilizando o método de feixes. A diferença entre os trabalhos de Finardi (2003) e Rodrigues (2009) é que Finardi (2003) resolveu apenas os subproblemas Hidrelétrico e Hidráulico. Rodrigues (2009) resolve os quatro subproblemas, otimiza a função dual e, como a solução ainda é inviável ao problema primal, realiza uma etapa de RP, utilizando a técnica do LAI, para viabilizar a solução. Desta forma, Finardi (2003) obtêm um bom comissionamento para as unidades hidrelétricas e Rodrigues (2009) obtêm uma solução viável para a PDO do sistema hidrotérmico como um todo.

Belloni *et al.* (2003) e Diniz (2007) também se destacaram por utilizar técnicas de RL e LAI para resolver o problema de comissionamento de unidades em sistemas hidrotérmicos. Ambos usaram uma representação linear por partes para a função de produção das unidades hidrelétricas. Utilizando técnicas de duplicação de variáveis com RL, Belloni *et al.* (2003) decompõe o problema em dois subproblemas menores (Termelétrico e Hidrelétrico), que são resolvidos utilizando técnicas de PL e PD. Diniz (2007) também duplica variáveis no contexto da RL para decompor o problema em três subproblemas menores (Elétrico, Hidrelétrico e Térmico) que são resolvidos por PL, Programação Quadrática (PQ) e PD. O método de feixes também é utilizado para resolver o problema dual neste trabalho.

Takigawa (2010) modela o problema de forma semelhante a Montibeller (2003), Finardi (2003) e Rodrigues (2009). A principal diferença está na forma como o sistema de transmissão é modelado. Além disso, esse trabalho considera restrições de *minimum up/downtime* tanto para as unidades termelétricas como para as unidades hidrelétricas. O problema original é decomposto em cinco subproblemas menores (Termelétrico, Hidrelétrico, Hidrotérmico, Coordenação com Planejamento de Curto Prazo e Alocação de unidades Hidrelétricas), que são resolvidos utilizando técnicas de PL, PQ, PD e PQS. Assim como Rodrigues (2009), Takigawa (2010) faz uso das técnicas da RL e do LAI para encontrar uma solução viável para o problema da PDO.

Scuzziato (2011) resolve um problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas acopladas em cascata. Neste trabalho, a função de produção das unidades hidrelétricas é ainda mais detalhada, em relação às representadas nos trabalhos de Montibeller (2003), Finardi (2003), Rodrigues (2009), Takigawa (2010), com a adição das perdas mecânicas da turbina e das perdas globais do gerador. O objetivo dessa modelagem é minimizar a vazão turbinada e o número de ligamentos e desligamentos das unidades. Utilizando RL com duplicação de variáveis, o problema é decomposto em dois

subproblemas menores: um de natureza não-linear inteira-mista e outro linear. O problema dual é resolvido utilizando o método de feixes e o LAI é utilizado para recuperar a solução primal. Além do bom comissionamento das unidades hidrelétricas, o autor mostra a importância da consideração das perdas mecânicas da turbina e globais do gerador na modelagem da função de produção.

Aristizábal (2012) resolve um problema de comissionamento de unidades em um sistema hidrotérmico utilizando RL e RP. Sua modelagem é semelhante às apresentadas por Montibeller (2003), Finardi (2003), Rodrigues (2009) e Takigawa (2010). Duplicando variáveis, o problema é decomposto pela RL em quatro subproblemas (Hidráulico, de Atendimento à Demanda, de Alocação de Unidades Termelétricas e de Alocação de Unidades Hidrelétricas). O problema dual é resolvido pelo método de feixes. O diferencial desse trabalho é uma análise comparativa de quatro estratégias para encontrar a solução viável do problema na RP baseadas nas técnicas do LAI e do Primal Proximal (PP) (DUBOST *et al.*, 2005). O modelo híbrido LAI-PP apresentou os melhores resultados.

O trabalho de Wang e Zang (2012) utiliza estratégias de decomposição Lagrangiana para resolver o problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas em cascata. Apesar dos autores linearizarem uma função de produção quadrática dependente da altura de queda líquida e da vazão turbinada da unidade geradora, o problema permanece com não linearidades na função objetivo que busca maximizar as receitas proveniente da geração, da reserva girante e do volume armazenado. Um método de subgradiente aprimorado é utilizado para atualizar os multiplicadores de Lagrange e, devido à inviabilidade da solução, uma heurística é considerada para viabilizar a solução. O autor define as unidades idênticas como um único gerador e reduz consideravelmente a dimensão do problema e o tempo de solução.

Na segunda parte desta seção serão destacados alguns trabalhos que utilizaram pacotes de otimização de PLIM para resolver problemas relacionados à programação da operação diária.

Teegavarapu e Siminovic (2000) apresentam uma modelagem para o despacho de usinas hidrelétricas em cascata considerando um forte acoplamento hidráulico. A função objetivo visa a minimização do custo total de produção e a minimização dos custos associados ao vertimento das usinas. As restrições consideram a seleção da curva de nível de jusante resultante do acoplamento hidráulico das usinas, o balanço hidráulico com tempo de viagem da água e os limites técnicos

operacionais. A função de produção das usinas é aproximada por funções lineares por partes e o problema resultante é resolvido por PLIM. Os resultados mostram as vantagens de se representar o acoplamento hidráulico na modelagem. Ressalta-se que este trabalho despacha as usinas da cascata, mas não cada unidade geradora individualmente.

Martin (2000) também utiliza PLIM para despachar as unidades em usinas do rio Colorado, no Texas, Estados Unidos da América. O modelo tem como objetivo a maximização da geração de energia elétrica, desde que satisfaçam as diversas restrições, as quais levam em conta o balanço hidráulico, as funções de produção e os limites técnicos operacionais. As funções de produção são linearizadas por partes e o horizonte de planejamento é de 72 horas. Um sistema de programação em tempo real é desenvolvido para despachar 13 unidades geradoras de três usinas.

Mahalik *et al.* (2012) apresentam um programa (CHEERS) que otimiza o comissionamento de unidades para o dia seguinte e operações em tempo real das usinas hidrelétricas da cascata do Complexo Oroville-Thermalito, na Califórnia. O problema é formulado buscando atender a critérios ambientais específicos e considerando os serviços ancilares. A função objetivo do problema visa maximizar as receitas provenientes de geração, serviços ancilares e reserva girante, e minimizar custos relativos a partidas e paradas de unidades geradoras. As restrições contam com o balanço hídrico, em que o tempo de viagem de uma usina para outra obedece uma função densidade de probabilidade normal, além de restrições de rampa e limites técnicos operacionais. O problema é linearizado e solucionado por PLIM.

Li *et al.* (2014) resolvem o problema de comissionamento de unidades geradoras da usina hidrelétrica de três gargantas, na China. A função objetivo desse problema busca minimizar o custo relacionado às vazões turbinada e vertida da usina. As restrições consideram a conservação da massa d'água, os limites operativos do sistema, o atendimento à demanda horária e à reserva girante, *minimum up/downtime* e integralidade das variáveis binárias. Interpolações tridimensionais são realizadas para linearizar as funções de produção das unidades. A altura de queda líquida também é linearizada e o problema é resolvido com pacotes de PLIM. Desta forma, os autores obtêm boas alocações das unidades geradoras envolvidas.

Por fim, a terceira parte desta seção destaca alguns trabalhos que utilizaram pacotes computacionais de PNLIM para resolver problemas relacionados à PDO.

Catalão *et al.* (2009), Catalão *et al.* (2010a), Catalão *et al.* (2010b) utilizam pacotes de PNLIM para resolver problemas de comissionamento de unidades hidrelétricas de uma usina. As não linearidades da função de produção dependente da vazão e do volume do reservatório são consideradas. Além disso, as modelagens destes trabalhos consideram as zonas proibidas de operação, o balanço hidráulico e a uma linearização para eficiência das unidades. Catalão *et al.* (2010a) ainda consideram rampas e limites para partidas e paradas nas unidades. Catalão *et al.* (2010b) também consideram a aversão ao risco na modelagem. Em Catalão *et al.* (2009) e Catalão *et al.* (2010a) os resultados são comparados com modelagens linearizadas e resolvidas por pacotes de PLIM. Os autores perceberam que, mesmo com um tempo computacional maior, os resultados obtidos utilizando pacotes de PNLIM são mais realistas sob ponto operacional.

Em Catalão *et al.* (2010c) é apresentado um modelo de PNLIM para despachar usinas hidrelétricas em cascata; porém, também não se otimiza o despacho das unidades geradoras individualmente. A função objetivo deste modelo busca maximizar o lucro obtido pela usina, minimizar os custos associados à partida das usinas e maximizar o valor futuro da água armazenada nos reservatórios. As restrições levam em conta a equação de balanço hidráulico, a queda líquida variável, a função de produção, os limites técnicos operacionais e a relação entre as variáveis binárias do problema. Apesar das funções de produção e queda líquida serem linearizadas, o problema é solucionado por um pacote de PNLIM pelo fato da função objetivo não ser linear.

Cordova *et al.* (2013) desenvolvem um sistema de otimização da geração a partir de dois problemas de PNLIM para a usina hidrelétrica de Itá, localizada no sul do Brasil. O primeiro faz o despacho das unidades de forma a minimizar o consumo de água considerando uma função de produção não linear semelhante a de Scuzziato (2011). O segundo determina faixas operativas de geração de cada unidade considerando um determinado nível de otimização. Neste trabalho, a aceleração da gravidade e a densidade da água não são constantes. Além disso, são consideradas perdas por detritos nas grades das unidades geradoras. Os dois problemas são resolvidos por pacotes de PNLIM. O comissionamento resultante é eficiente e as gerações em unidades idênticas despachadas não são iguais devido às diferenças nas constantes que ponderam as perdas nas grades.

Com base na descrição anterior, o presente trabalho propõe resolver o problema do CUH em cascata a partir de uma modelagem semelhante à abordada em Scuzziato (2011), tendo em vista o nível de

detalhamento da função de produção das unidades hidrelétricas. No entanto, algumas modificações serão implementadas à modelagem do problema. Três diferentes estratégias de solução, baseadas em RL/RP e pacotes computacionais de PLIM e PNLIM, são implementadas e analisadas comparativamente.

1.2 CONTRIBUIÇÕES

Este trabalho inicialmente propõe uma modificação à modelagem do trabalho do Scuzziato (2011) a partir da retirada do termo que minimizava as partidas e paradas das unidades e inserção de restrições que garantem as unidades geradoras ligadas por um tempo mínimo depois de acionadas (restrições de *minimum uptime*). Isso minimiza o problema de definição empírica dos custos relativos às partidas e paradas das unidades. Adicionalmente, acrescenta-se à função objetivo do problema o somatório dos vertimentos das usinas ao longo do período de planejamento para garantir que a defluência total seja minimizada.

Além de propor uma modificação na modelagem, este trabalho resolve o problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas em cascata por três estratégias diferentes afim de verificar a qualidade de solução de cada uma. A primeira será baseada nas estratégias de RL e RP de forma semelhante ao trabalho de Scuzziato (2011). A segunda estratégia é baseada na simulação do problema em um solver de PNLIM que utiliza um algoritmo de aproximação exterior (DURAN e GROSSMANN, 1986). Esta ferramenta computacional é chamada de *AIMMS outer approximation* (AOA) e está disponível no programa computacional AIMMS 3.14 (AIMMS, 2014). Por sua vez, a terceira estratégia de solução proposta neste trabalho baseia-se na linearização das funções de produção a partir das interpolações tridimensionais realizadas em Li *et al.* (2014). No entanto, as interpolações foram adaptadas para otimizar as unidades de usinas hidrelétricas acopladas em cascata. O problema de PLIM resultante é solucionado pelo CPLEX 12.6 (CPLEX, 2014), disponível também no programa computacional AIMMS.

1.3 OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO

O objetivo geral deste trabalho consiste em apresentar análise comparativa de diferentes estratégias de solução ao problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas acopladas em cascata.

Nesse sentido, os objetivos específicos a serem cumpridos são:

1. Apresentar uma modelagem detalhada ao problema, incluindo restrições de *uptime*, que visam minimizar as intervenções de manutenções não planejadas, e adicionando a minimização das vazões vertidas na função objetivo em relação à Scuzziato (2011);
2. Mostrar uma modelagem linear para o problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas acopladas em cascata, considerando a modelagem não linear completa apresentada em Scuzziato (2011);
3. Realizar uma análise comparativa de diferentes estratégias de solução a fim de se verificar a qualidade, as vantagens e as desvantagens inerentes à cada uma;
4. Buscar formas de simplificar o problema para melhorar a qualidade e/ou o tempo de simulação das estratégias;
5. Analisar o efeito das soluções quando as metas de demanda são otimizadas para um grupo de usinas de um mesmo agente, em vez de uma meta de demanda por usina independente de quem é o agente proprietário.

Este trabalho está organizado conforme descrito na sequência. No Capítulo 2 é apresentada a modelagem detalhada do problema de comissionamento de unidades geradoras em usinas hidrelétricas acopladas em cascata. Por sua vez, no Capítulo 3, as diferentes estratégias de solução são detalhadas. Já no Capítulo 4, os resultados de cada estratégia de solução, assim como uma análise comparativa das mesmas, são apresentados. Por fim, no Capítulo 5 são descritas as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 MODELAGEM E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar a modelagem do problema de comissionamento das unidades em usinas hidrelétricas acopladas em cascata concebido como um modelo de PNLIM. Para isso, inicialmente são consideradas as principais características operativas das usinas e os parâmetros necessários para modelar a função de produção das suas unidades geradoras. Na sequência, é apresentado o problema de otimização de interesse, que tem como objetivo minimizar a vazão defluente da cascata.

2.2 MODELAGEM DO SISTEMA HIDRELÉTRICO

Uma usina hidrelétrica é composta por uma ou mais unidade(s) geradora(s), que transforma(m) a energia mecânica, resultante do torque provocado no eixo da turbina pela energia potencial gravitacional da água acumulada no reservatório, em energia elétrica. Neste trabalho, uma unidade geradora refere-se a um conjunto turbina e gerador.

Na Figura 2.1 podem ser observados os componentes básicos de uma usina hidrelétrica.

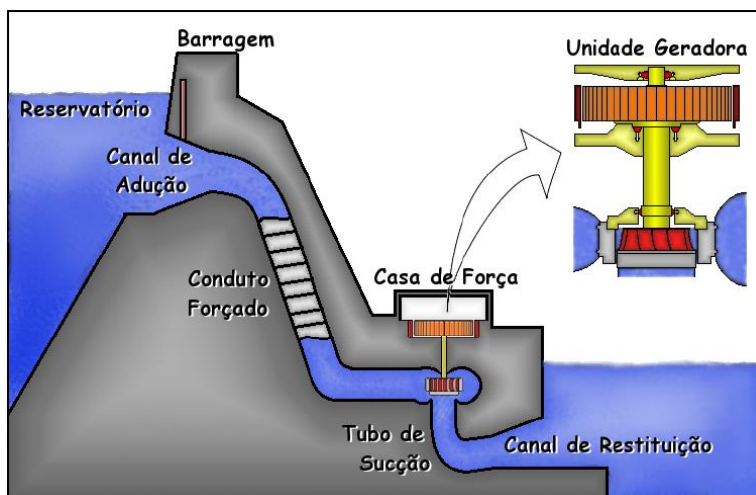


Figura 2.1: Componentes básicos de uma hidrelétrica. Fonte: Scuzziato (2011).

Através da Figura 2.1, observa-se que a água é captada em um certo nível (cota de montante), entra no canal de adução, atravessa o conduto forçado, passa pela turbina, e é descarregada pelo tubo de sucção em uma cota inferior (cota de jusante). Quanto maior for a altura de queda bruta (diferença da altura entre os níveis de montante e jusante, medida em metros), hb , maior será a potência de saída. Se forem descontadas as perdas hidráulicas no canal de adução e no tubo de sucção, tem-se a altura de queda líquida, hl , também em metros. Tais alturas de queda são modeladas na Seção 2.2.1.

Para a modelagem da função de produção de uma unidade geradora, as características físicas da turbina (que converte a energia potencial gravitacional da água em energia mecânica) e do gerador (que converte energia mecânica em elétrica), bem como as perdas envolvidas em cada etapa, devem ser consideradas em detalhes (FINARDI, 2003).

Na Figura 2.2 é apresentada de forma esquemática o processo de produção da potência elétrica e as perdas envolvidas em uma unidade hidrelétrica. Esse processo começa com a potência associada ao armazenamento da água no reservatório e vai até a potência disponível nos terminais do gerador.

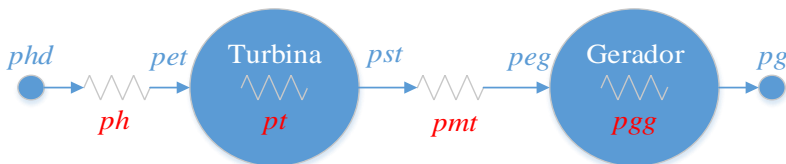


Figura 2.2: Diagrama esquemático de uma unidade.

Os principais parâmetros ilustrados na Figura 2.2 são definidos a seguir.

phd é a potência hidráulica disponível na unidade hidrelétrica (MW) dada pelo produto entre a altura de queda bruta, hb (m), a vazão turbinada na mesma, q (m^3/s), e uma constante G^1 :

$$phd = G \cdot hb \cdot q, \quad (2.1)$$

¹ Essa constante é obtida pelo produto da aceleração da gravidade (g) do local, da densidade da água (σ) e do sistema de unidades considerado. Este trabalho considera $g = 9,8361 \text{ m/s}^2$, $\sigma = 997 \text{ kg/m}^3$ e MW como unidade de potência, o que resulta em $G = 9,81 \cdot 10^{-3} \text{ kg/(m}^2\text{s}^2\text{)}$.

pet é a potência na entrada da turbina (MW) dada pelo produto da altura de queda líquida, hl (m), com a vazão turbinada; alternativamente, pode ser calculada pela diferença entre a potência hidráulica disponível, phd , e as perdas hidráulicas, ph (MW):

$$pet = G \cdot hl \cdot q \text{ ou } pet = phd - ph, \quad (2.2)$$

pst é a potência mecânica na saída da turbina (MW), dada pelo produto de pet e η , em que η é o rendimento hidráulico da turbina; alternativamente pst pode ser dada pela diferença entre pet e as perdas na turbina associadas à η , pt :

$$pst = G \cdot \eta \cdot hl \cdot q \text{ ou } pst = pet - pt, \quad (2.3)$$

peg é a potência mecânica na entrada do gerador (MW) entregue pelo eixo da turbina, sendo que pmt representa as perdas mecânicas no eixo que acopla a turbina ao gerador:

$$peg = pst - pmt, \quad (2.4)$$

pg é a potência de saída nos terminais do gerador (MW), sendo que pgg representa as perdas globais do gerador:

$$pg = peg - pgg. \quad (2.5)$$

Na sequência, a altura de queda líquida, hl , o rendimento hidráulico da turbina, η , e as perdas no conjunto turbina-gerador (pmt e pgg) são modelados matematicamente afim de representar a função das unidades geradoras. As modelagens de hl e η são baseadas em Finardi (2003). Por sua vez, as representações das perdas pmt e pgg baseiam em Scuzziato (2011).

2.2.1 Altura de Queda Líquida

A diferença entre o nível de montante, fcm , e o nível de jusante, fcj , define a queda bruta, hb . No sistema elétrico brasileiro, o nível de

montante usualmente é representado matematicamente por um polinômio de quarta ordem que depende do volume do reservatório, v , em hm^3 . O valor da cota de montante é dado pelo seguinte polinômio:

$$fcm(v) = a_0 + a_1 \cdot v + a_2 \cdot v^2 + a_3 \cdot v^3 + a_4 \cdot v^4, \quad (2.6)$$

em que,

fcm é o valor da cota de montante (m);

a_0, \dots, a_4 são os coeficientes do polinômio que representa a cota de montante para o reservatório.

O nível de jusante da usina, por sua vez, representa o nível do rio após o canal de restituição. Quando a turbina é do tipo de reação, como as consideradas nesse trabalho, a mesma opera afogada e a alteração do nível de jusante afeta a altura de queda líquida da unidade. Neste caso, esse nível é dado matematicamente por um polinômio, também em geral de quarta ordem, que depende da vazão defluente do reservatório, dado pela soma entre a vazão turbinada da usina, Q , e o vertimento, S^2 . O valor da cota de jusante é dado pelo seguinte polinômio:

$$fcj(Q, S) = b_0 + b_1 (Q + S) + b_2 (Q + S)^2 + b_3 (Q + S)^3 + b_4 (Q + S)^4, \quad (2.7)$$

em que,

Fcj é o valor da cota de jusante (m);

b_0, \dots, b_4 são os coeficientes do polinômio que representa a cota de jusante para o reservatório.

Caso haja elevação no nível de jusante causado pelo retardo no escoamento d'água, faz-se necessário adicionar, além das vazões turbinadas e vertidas da usina, uma cota que pode ser obtida a partir do volume armazenado no reservatório a jusante ou, em alguns casos, a partir da vazão lateral de um afluente a jusante. Contudo, neste trabalho é considerado que a cota de jusante não depende do nível de montante do reservatório imediatamente a jusante.

² A variável S no cálculo de cota de jusante não é considerada quando o vertedouro está suficientemente distante do canal de fuga da usina (FINARDI, 2003).

Logo, pode-se definir a altura de queda bruta, em metros, por:

$$hb(Q, S, v) = fcm(v) - fcj(Q, S). \quad (2.8)$$

A altura de queda líquida, hl , é dada pela diferença entre a altura de queda bruta, hb , e as perdas hidráulicas, ph , que ocorrem no canal de adução e no tubo de sucção. Essas perdas hidráulicas correspondem à parcela da altura de queda bruta que não é aproveitada pela turbina. Uma parte dessas perdas ocorre por atrito da água nos condutos forçados, hlp , e a outra parte são associadas à energia hidráulica não aproveitada pela turbina, hls . Neste trabalho, hlp é representado matematicamente por uma função quadrática que depende da vazão turbinada da unidade geradora da seguinte forma:

$$hlp(q) = k_p \cdot q^2, \quad (2.9)$$

em que,

k_p é uma constante que depende das características físicas do conduto forçado que conecta o reservatório com uma certa unidade hidrelétrica (s^2/m^5).

Adicionalmente, hls também pode ser representada por uma função quadrática dependente de q :

$$hls(q) = k_s \cdot q^2, \quad (2.10)$$

em que,

k_s é uma constante que depende da área da seção de baixa pressão da turbina e da aceleração da gravidade (s^2/m^5).

Com a queda bruta e as perdas hidráulicas definidas, pode-se modelar matematicamente a equação de queda líquida como sendo:

$$\begin{aligned}
hl(v, Q, S, q) = & a_0 + a_1 \cdot v + a_2 \cdot v^2 + a_3 \cdot v^3 + a_4 \cdot v^4 - \\
& b_0 + b_1 (Q + S) + b_2 (Q + S)^2 + b_3 (Q + S)^3 + \\
& b_4 (Q + S)^4 - k_p \cdot q^2 - k_s \cdot q^2,
\end{aligned} \tag{2.11}$$

em que,

Hl é a altura de queda líquida da unidade hidrelétrica (m).

2.2.2 Rendimento Hidráulico da Turbina

Entre a potência na entrada da turbina, pet , e a potência na saída da turbina, pst , existe uma perda, pt , relacionada ao rendimento hidráulico da turbina, η , que representa a eficácia com que é transferida a potência disponível na água que flui através da turbina para o eixo do rotor (GULLIVER e ARNDT, 1991).

Sob ponto de vista prático, o rendimento hidráulico é fornecido pelo fabricante da turbina por meio de um conjunto de pontos do tipo (η, pst, hl) . Contudo, como pst não é variável de decisão no problema, mas sim a vazão turbinada, deve-se então realizar alguns cálculos para converter o conjunto (η, pst, hl) em outro do tipo (η, q, hl) . Essa tarefa é realizada calculando os valores de q associados aos pontos (η, pst, hl) por meio da Equação (2.3). Por meio de uma análise gráfica do conjunto (η, q, hl) pode-se observar que a representação matemática desse rendimento pode ser dada por uma função quadrática côncava, conforme descrito por:

$$\begin{aligned}
\eta(v, Q, S, q) = & c_0 + c_1 \cdot q + c_2 \cdot hl(v, Q, S, q) + \\
& c_3 \cdot q \cdot hl(v, Q, S, q) + c_4 \cdot q^2 + c_5 \cdot hl(v, Q, S, q)^2,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

em que,

H é o rendimento hidráulico de uma dada unidade hidrelétrica;

c_0, \dots, c_5 são os coeficientes do polinômio que representa o rendimento hidráulico de uma dada unidade hidrelétrica.

Os coeficientes c_0, \dots, c_5 são obtidos usando técnicas de regressão linear (WONNACOTT e WONNACOTT, 1972). Por ter um formato de

colina, a curva de rendimento hidráulico da turbina também é conhecida por curva-colina. A Figura 2.3 apresenta o exemplo ilustrativo de uma curva-colina.

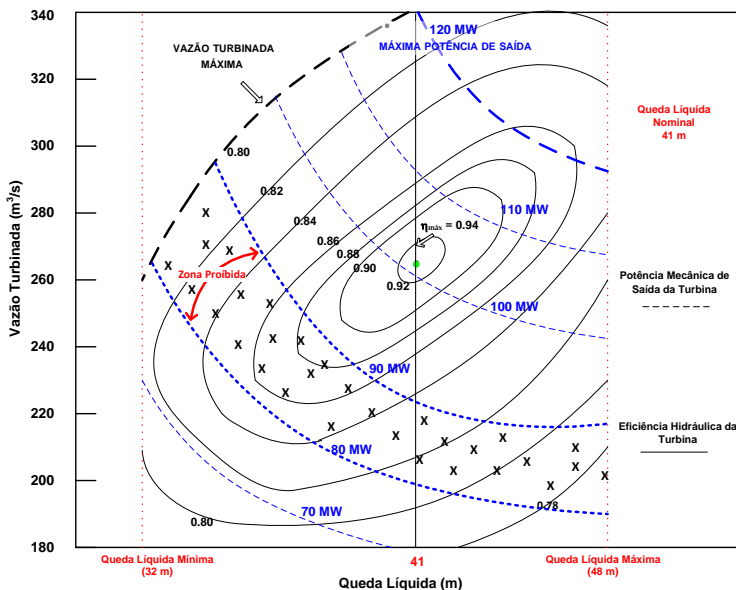


Figura 2.3: Curva colina de uma turbina hidráulica. Fonte: Finardi (2003).

O eixo horizontal está relacionado com a queda líquida e o eixo vertical com a vazão turbinada. As curvas de nível representam o rendimento e as linhas tracejadas a potência mecânica no eixo da turbina em relação a um dado ponto de operação. Pode-se perceber, para esse caso, que a melhor eficiência ocorre quando a queda líquida está próxima de 41 metros e a vazão turbinada próxima de 260 m^3/s , o que indica o ponto de projeto desta turbina.

2.2.3 Perdas Mecânicas na Turbina e Globais do Gerador

As perdas mecânicas na turbina estão associadas à potência consumida pelo atrito com os mancais guias e mancais de escora, além das perdas na vedação do eixo da turbina (RIBAS, 2003). Tais perdas são dadas em MW e podem ser representadas matematicamente através de uma função quadrática dependente da potência gerada, pg , por meio da seguinte expressão:

$$pmt(pg) = g_0 + g_1 \cdot pg + g_2 \cdot pg^2, \quad (2.13)$$

em que,

g_0, \dots, g_2 são constantes obtidas por ensaios de campo.

Por sua vez, as perdas globais do gerador são constituídas pelas perdas elétricas da máquina mais uma parcela das perdas mecânicas nos mancais e selo de vedação (SCUZZIATO, 2011). Matematicamente, são dadas em MW e representadas pela seguinte função exponencial:

$$pgg(pg) = f_0 + e^{f_1 \cdot pg}, \quad (2.14)$$

em que,

f_0, f_1 são constantes obtidas por ensaios de campo.

2.2.4 Função de Produção das Unidades Hidrelétricas

Através das equações (2.4) e (2.5), pode-se definir a função de produção das unidades geradoras hidrelétricas como sendo:

$$pg - pst + pmt(pg) + pgg(pg) = 0. \quad (2.15)$$

Como pmt e pgg dependem da variável pg , a potência gerada por uma unidade hidrelétrica é definida por meio da seguinte restrição de igualdade não linear:

$$pg - G \cdot \eta(v, q, Q, S) \cdot hl(v, q, Q, S) \cdot q + pmt(pg) + pgg(pg) = 0. \quad (2.16)$$

Na produção de energia elétrica tem-se como variáveis de controle a vazão turbinada na unidade geradora, q , e a vazão vertida da usina S . O volume armazenado no reservatório, v , a vazão turbinada da usina, Q , e a potência de saída do gerador, pg , são consideradas variáveis de estado.

2.2.5 Restrições Operativas Adicionais

Além da função de produção das unidades geradoras, para se modelar o problema do comissionamento de unidades de usinas acopladas em cascata faz-se necessário a consideração de restrições de conservação da massa d'água, de atendimento à demanda, de tempo mínimo de operação para as unidades geradoras e de limites técnicos operacionais de geração, armazenamento e vertimento.

O princípio da conservação da massa d'água garante que o volume do reservatório, em qualquer estágio de tempo, é igual ao volume anterior mais o volume afluente e menos o volume defluente. Desconsiderando os efeitos de evaporação e infiltração, esse princípio é representado pela seguinte restrição:

$$v_{rt} - v_{r,t-1} + c \cdot \left[Q_{rt} + S_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_r} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + S_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c \cdot y_{rt}, \quad (2.17)$$

em que,

r é o índice associado aos reservatórios da cascata;

t é o índice associado aos estágios de tempo;

c é a constante que transforma a vazão (m³/s) em um volume (hm³) em um período de tempo equivalente ao utilizado na discretização do horizonte de planejamento;

\mathfrak{R}_r é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante ao r -ésimo reservatório;

τ_{mr} é o tempo de viagem da água entre os reservatório m e r (h);

Q_{rt} é a vazão turbinada na r -ésima usina ao longo do estágio t (m³/s), representada pela soma das vazões turbinadas das j unidades geradoras:

$$\sum_{j=1}^{n_r} q_{jrt} = Q_{rt};$$

S_{rt} é a vazão vertida do r -ésimo reservatório ao longo do estágio t (m³/s);

v_{rt} é o volume armazenado do r -ésimo reservatório no início do estágio t (hm³);

y_{rt} é a vazão incremental afluente do r -ésimo reservatório ao longo do estágio t (m³/s).

A equação de conservação da massa d'água (2.17) mostra que a operação dos reservatórios é acoplada no tempo e no espaço, ou seja, que a operação de uma usina a montante afeta a operação da usina a jusante.

Os limites técnicos dos volumes e da vazão vertida dos reservatórios são modelados como segue:

$$\begin{aligned} v_r^{\min} &\leq v_{rt} \leq v_r^{\max}, \\ 0 &\leq S_{rt} \leq S_r^{\max}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

em que,

- S_r^{\max} é a vazão vertida máxima do r -ésimo reservatório (m^3/s);
- v_r^{\min} é o valor do volume mínimo do r -ésimo reservatório (hm^3);
- v_r^{\max} é o valor do volume máximo do r -ésimo reservatório (hm^3).

No tocante as restrições relacionadas com as unidades, existe uma região de geração definida como zona proibida (como pode ser observado na Figura 2.3). Nessas regiões podem ocorrer cavitações, fortes vibrações mecânicas, oscilações de pressão no tubo de sucção e oscilações no eixo do rotor. Por isso, deve-se evitar operar continuamente nessas regiões. Além disso, precisa-se garantir que a unidade geradora opere somente em uma zona de operação. A restrição abaixo estabelece os limites de potência para cada região de operação:

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} p g_{jkr}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq p g_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} p g_{jkr}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (2.19)$$

em que,

- j é o índice associado às unidades geradoras;
- k é o índice das zonas de operação das unidades;
- Φ_{jr} é o número total de zonas proibidas de operação da unidade j do reservatório r ;
- z_{jkrt} é a variável binária que indica se a unidade j do reservatório r está ligada (1) ou desligada (0) na zona

k , no estágio t , tal que $\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1$;

- pg_{jrt} é a potência gerada na unidade j e no reservatório r durante o estágio t (MW);
 pg_{jkr}^{min} é a potência mínima da unidade j e reservatório r operando na zona k (MW);
 pg_{jkr}^{max} é a potência máxima da unidade j e reservatório r operando na zona k (MW).

É necessário também limitar a vazão turbinada da unidade geradora. A partir da curva colina da unidade, extrai-se o conjunto de pontos (η, hl, q) e, em seguida, aproxima-se o conjunto de pontos (q^{min}, q^{max}, hl) para polinômios que limitam os valores das vazões turbinadas de cada unidade (SCUZZIATO, 2011). A representação matemática das vazões mínimas e máximas ficam da seguinte forma:

$$\begin{aligned} q_{jrt}^{max}(hl_{jrt}) &= d_{0jr} + d_{1jr} \cdot hl_{jrt} + d_{2jr} \cdot hl_{jrt}^2 + d_{3jr} \cdot hl_{jrt}^3, \\ q_{jrt}^{min}(hl_{jrt}) &= e_{0jr} + e_{1jr} \cdot hl_{jrt} + e_{2jr} \cdot hl_{jrt}^2 + e_{3jr} \cdot hl_{jrt}^3, \\ u_{jrt} \cdot q_{jrt}^{min}(hl_{jrt}) &\leq q_{jrt} \leq u_{jrt} \cdot q_{jrt}^{max}(hl_{jrt}), \end{aligned} \quad (2.20)$$

em que,

d_0, \dots, d_3 são constantes;

e_0, \dots, e_3 são constantes.

u_{jrt} é a variável binária que indica se a unidade j do reservatório r está ligada (1) ou desligada (0) no

estágio de tempo t , tal que $u_{jrt} = \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt}$;

Para que o desgaste das unidades geradoras seja reduzido, é adicionado à formulação do problema um conjunto de restrições que limita o tempo mínimo em que a unidade deve permanecer em operação. Dessa forma, a unidade geradora tende a ligar e desligar menos vezes durante o dia, minimizando as intervenções de manutenções não planejadas. Essas restrições, definidas como tempo mínimo de operação, são modeladas como em Frangioni *et al.* (2009):

$$u_{jrt} \geq u_{jrp} - u_{jr, p-1}, p \in [t+1 - t_{jr}^{up}, t-1], \quad (2.21)$$

em que,

t_{jr}^{up} é o número de estágios em que a unidade j do reservatório r deve permanecer ligada (h).

Vale ressaltar que quanto maior for o valor de t^{up} , mais restrições de *uptime* serão necessárias ao problema. Por exemplo, se o t^{up} for de 7 horas, o problema terá 6 restrições de *uptime* para cada estágio de tempo e para cada unidade geradora.

Por fim, conforme citado anteriormente, no Brasil as metas de geração são atribuídas pelo ONS para cada usina durante cada hora do dia seguinte (ONS, 2009). Sendo assim, as restrições de atendimento à demanda podem ser modeladas da seguinte maneira:

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad (2.22)$$

em que,

pg é a potência gerada pela unidade j , reservatório r e no estágio t ;

n_{rt} é o número de unidades disponíveis para operação no reservatório r e no estágio t ;

L_{rt} é a meta de geração para a usina do reservatório r no estágio t (MW).

Na próxima seção é apresentada a formulação proposta para o problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas em cascata.

2.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Esta seção apresenta a modelagem proposta para o problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas acopladas em cascata. Devido às características apresentadas, o problema é classificado como um problema de PNLIM e de grande porte. Tal problema tem como objetivo a minimização da vazão defluente da usina. Desta forma, no problema buscam-se as menores

vazões turbinadas para as unidades atenderem as metas de potência e os menores vertimentos para as usinas, o que resulta na maximização do recurso energético (i.e., água) disponível ao final do período de planejamento.

Sendo assim, o problema de otimização proposto nesse trabalho é dado por:

$$\min_{(Q, S, v, q, pg)} \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Q_{rt} + S_{rt}), \quad (2.23)$$

sujeito a :

$$v_{rt} - v_{rt-1} + c \cdot \left[Q_{rt} + S_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{R}_r} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + S_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c \cdot y_{rt}, \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} v_r^{\min} &\leq v_{rt} \leq v_r^{\max}, \\ 0 &\leq S_{rt} \leq S_r^{\max}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} pg_{jrt} - pst_{jrt}(v_{rt}, q_{jrt}, Q_{rt}, S_{rt}) + pmt_{jrt}(pg_{jrt}) + \\ pgg_{jrt}(pg_{jrt}) = 0, \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} q_{jrt} - Q_{rt} = 0, \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} q_{jrt} &\geq u_{jrt} \cdot q_{jrt}^{\min}(v_{rt}, Q_{rt}, S_{rt}, q_{jrt}), \\ q_{jrt} &\leq u_{jrt} \cdot q_{jrt}^{\max}(v_{rt}, Q_{rt}, S_{rt}, q_{jrt}), \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$u_{jrt} \geq u_{jrp} - u_{jr,p-1}, \quad p \in [t+1-t_{jr}^{up}, t-1], \quad (2.30)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkr}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkr}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (2.31)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} = u_{jrt}, \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, \quad z_{jkrt} \in \{0, 1\}, \quad u_{jrt} \in \{0, 1\}, \quad (2.32)$$

em que,

R é o número total de reservatórios do sistema;

T é o número total de estágios da programação (h).

As não linearidades e variáveis inteiras presentes tornam o problema complexo e de difícil solução. Além disso, o acoplamento espacial e temporal presente na restrição de conservação da massa d'água e o acoplamento temporal da restrição de *uptime* tendem a tornar o problema ainda mais complexo. Por isso, faz-se necessário o uso de técnicas e ferramentas adequadas para a obtenção de soluções viáveis ao problema.

2.4 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo principal apresentar a modelagem proposta para o problema de CUH de usinas acopladas em cascata. Devido à proximidade temporal com a operação em tempo real, as características técnicas, físicas e operacionais devem ser modeladas de forma realística.

A função de produção das unidades geradoras considera o rendimento do conjunto turbina-gerador, a queda líquida, a vazão turbinada, as perdas mecânicas da turbina e as perdas globais do gerador. Adicionalmente, a formulação do problema também considera o princípio da conservação da massa d'água entre as usinas, o atendimento à meta de demanda por usina, os limites técnicos operacionais das variáveis envolvidas, assim como as restrições de *uptime*, que mantém a unidade ligada por um período pré-estabelecido afim de reduzir o desgaste da unidade geradora.

Tais considerações resultam na modelagem de um problema de otimização com variáveis inteiras e contínuas, não-linear e de grande porte. Com isso, o problema torna-se complexo por se tratar de um problema combinatório e não convexo.

Logo, para que esse problema seja resolvido de forma eficiente, faz-se necessário a utilização de técnicas de programação matemática robustas e/ou ferramentas computacionais que garantam boas soluções viáveis e em tempos aceitáveis ao modelo proposto.

No próximo capítulo, as três diferentes estratégias de solução utilizadas neste trabalho para resolver o problema proposto são apresentadas.

3 ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO

3.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar as três estratégias de solução utilizadas neste trabalho para resolver o problema do comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas acopladas em cascata, representado em (2.23)-(2.32). Como esse problema é não linear inteiro-misto (PNLIM), o procedimento de solução não é uma tarefa trivial, sendo necessária a aplicação de técnicas matemáticas e de ferramentas computacionais eficientes para que uma boa solução seja obtida em um tempo condizente.

A primeira metodologia utilizada neste trabalho é baseada em técnicas de decomposição do problema original em problemas menores e mais fáceis de serem resolvidos. A segunda metodologia baseia-se na utilização do pacote computacional AIMMS *Outer Approximation* (AOA) que resolve diretamente o problema de PNLIM. Na terceira metodologia, o problema de PNLIM é linearizado por meio de uma remodelagem da função de produção, sendo então resolvido como um problema de PLIM pelo pacote computacional CPLEX.

3.2 RELAXAÇÃO LAGRANGIANA E RECUPERAÇÃO PRIMAL

Um das metodologias utilizadas neste trabalho para a obtenção de soluções viáveis ao problema proposto é o uso de técnicas de Relaxação Lagrangiana (RL) e Recuperação Primal (RP) (DINIZ, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011; ARISTIZÁBAL, 2012). Inicialmente, para decompor o problema em subproblemas mais simples, utiliza-se a técnica de duplicação de variáveis na etapa da RL. A etapa da RL fornece uma solução primal inviável e por isso é necessária a etapa da RP, a qual é resolvida utilizando a metodologia do Lagrangiano Aumentado Inexato (LAI). O principal objetivo da RP é tornar a solução primal inviável da RL em uma solução viável.

Esta seção inicialmente descreve a metodologia da RL, assim como os subproblemas resultantes da decomposição e os algoritmos de solução desta etapa. Posteriormente, a estratégia de solução que busca viabilizar a solução na etapa de RP é abordada.

3.2.1 Relaxação Lagrangiana

A RL baseia-se na construção do problema dual a partir da relaxação das restrições que acoplam o problema, as quais são transferidas para a função objetivo e ponderadas por variáveis denominadas multiplicadores de Lagrange (BERTSEKAS, 1999). O problema dual resultante pode ser dividido em subproblemas locais menores e mais fáceis de serem solucionados. As soluções desses subproblemas servem de entrada para o algoritmo do chamado problema mestre, responsável por atualizar os multiplicadores de Lagrange a cada iteração. Ao longo das iterações do problema mestre, o valor da função objetivo do problema dual tende a aproximar-se do valor da função objetivo do problema primal, que é desconhecido. Se o problema primal original for convexo, esses valores irão coincidir; caso contrário, o valor da função objetivo do problema dual constitui uma cota inferior para o valor da função objetivo do problema primal. Essa diferença entre os valores das funções objetivos dos problemas primal e dual é chamada de *gap* de dualidade (BERTSEKAS, 1999). O procedimento geral da RL é ilustrado na Figura 3.1, a seguir.

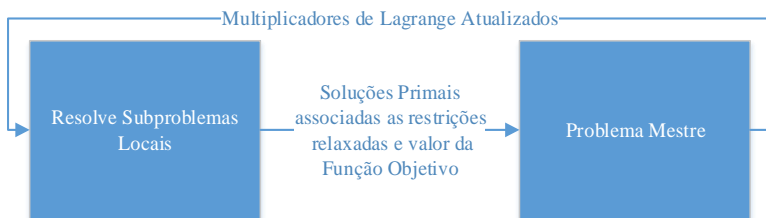


Figura 3.1: Níveis hierárquicos da RL.

Mesmo com a presença do *gap* de dualidade, a solução do problema por meio da RL pode fornecer bons pontos de partida para heurísticas especializadas em tornar a solução primal viável (GUIGNARD e KIM, 1987). Para isso, é importante que o *gap* resultante no final do processo iterativo seja o menor possível. Para que isso ocorra, a função dual deve ser otimizada de maneira eficiente. Além disso, a maneira como o problema primal é decomposto e o dual é construído também irá influenciar na qualidade do *gap* resultante, pois os subproblemas resultantes do problema dual devem ser resolvidos de maneira eficiente. Uma ideia nessa direção é mostrada sob ponto de vista teórico em Lemaréchal *et al.* (1996) e prático em Finardi (2003).

Para decompor o problema primal deste trabalho, utiliza-se uma técnica em que duplica-se as variáveis que acoplam o problema, introduzindo as chamadas variáveis artificiais. Assim, é possível obter o desacoplamento do problema relaxando as equações de igualdade entre as variáveis originais e artificiais. Essa técnica possui vantagens com relação à RL clássica (LEMARÉCHAL e RENAUD, 2001; GUIGNARD e KIM, 1987; BATUT e RENAUD, 1992).

Como a restrição de conservação da massa d'água acopla o problema no espaço, duplica-se as variáveis presentes nessa restrição para decompor o problema. A inclusão das variáveis artificiais e das respectivas restrições de igualdade é apresentada a seguir.

$$\begin{aligned} Qa_{rt} - Q_{rt} &= 0, \\ Sa_{rt} - S_{rt} &= 0, \\ va_{rt} - v_{rt} &= 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Com o intuito de dividir a parte hidráulica da parte que envolve as unidades geradoras, substitui-se as variáveis artificiais (Qa , Sa e va) na função objetivo, nas restrições de conservação da massa d'água e nos limites hidráulicos. Desta forma, tem-se:

$$\min_{Qa, Sa, va, Q, S, v, q, pg} \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Qa_{rt} + Sa_{rt}), \quad (3.2)$$

sujeito a :

$$va_{rt} - va_{rt-1} + c \cdot \left[Qa_{rt} + Sa_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{V}_r} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + Sa_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c \cdot y_{rt}, \quad (3.3)$$

$$v_r^{\min} \leq va_{rt} \leq v_r^{\max}, \quad 0 \leq Sa_{rt} \leq S_r^{\max}, \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad (3.5)$$

$$pg_{jrt} - pst_{jrt}(v_{rt}, q_{jrt}, Q_{rt}, S_{rt}) + pmt_{jrt}(pg_{jrt}) + pgg_{jrt}(pg_{jrt}) = 0, \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} q_{jrt} - Q_{rt} = 0, \quad (3.7)$$

$$q_{jrt} \geq u_{jrt} \cdot q_{jrt}^{\min}(v_{rt}, Q_{rt}, S_{rt}, q_{jrt}), \quad (3.8)$$

$$q_{jrt} \leq u_{jrt} \cdot q_{jrt}^{\max}(v_{rt}, Q_{rt}, S_{rt}, q_{jrt}),$$

$$u_{jrt} \geq u_{jr,p} - u_{jr,p-1}, p \in [t+1-t_{jr}^{up}, t-1], \quad (3.9)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkr}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkr}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (3.10)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} = u_{jrt}, \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, z_{jkrt} \in \{0,1\}, u_{jrt} \in \{0,1\}, \quad (3.11)$$

$$Qa_{rt} - Q_{rt} = 0, Sa_{rt} - S_{rt} = 0, va_{rt} - v_{rt} = 0. \quad (3.12)$$

Percebe-se agora que apenas as restrições (3.12) estão acoplando o problema entre reservatórios diferentes. Assim, pode-se relaxá-las e formar o problema dual da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Phi^{RL} = \min_{Qa, Sa, va, Q, S, v, q, pg} & \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R [Qa_{rt} + Sa_{rt} - \lambda Q_{rt} \cdot (Qa_{rt} - Q_{rt}) - \\ & \lambda S_{rt} \cdot (Sa_{rt} - S_{rt}) - \lambda v_{rt} \cdot (va_{rt} - v_{rt})], \\ & \text{sujeito a : (3.3) a (3.11),} \end{aligned} \quad (3.13)$$

em que,

- λQ_{rt} é o multiplicador de Lagrange associado à restrição $(Qa_{rt} - Q_{rt}=0)$;
- λS_{rt} é o multiplicador de Lagrange associado à restrição $(Sa_{rt} - S_{rt}=0)$;
- λv_{rt} é o multiplicador de Lagrange associado à restrição $(va_{rt} - v_{rt}=0)$.

A função do problema dual (3.13) pode ser avaliada por meio de dois subproblemas menores. O primeiro subproblema é definido como subproblema hidráulico por conter as restrições de conservação da massa d'água, sendo descrito como:

$$\Phi^{SH} = \min_{Qa, Sa, va} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R [(1 - \lambda Q_{rt}) \cdot Qa_{rt} + (1 - \lambda S_{rt}) \cdot Sa_{rt} - \lambda v_{rt} \cdot va_{rt}], \quad (3.14)$$

sujeito a : (3.3) e (3.4),

O segundo subproblema é definido como subproblema de programação das unidades por conter as restrições não lineares e com variáveis binárias. Esse subproblema é dado da seguinte maneira:

$$\Phi^{SP} = \min_{Q, S, v, q, pg} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (\lambda Q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda S_{rt} \cdot S_{rt} + \lambda v_{rt} \cdot v_{rt}), \quad (3.15)$$

sujeito a : (3.5) a (3.11),

Conforme pode ser visto, o subproblema hidráulico (3.14) é linear e possui restrições de todas as usinas da cascata, por isso pode ser resolvido como um único problema a cada iteração da RL por pacotes de otimização que resolvem problemas lineares. Neste trabalho, o subproblema hidráulico é resolvido dentro do programa computacional AIMMS, através do pacote CPLEX.

Por sua vez, o subproblema de programação (3.15) é de natureza não linear inteiro-misto, desacoplado no espaço (i.e., cada problema possui restrições e variáveis associadas a uma única usina), mas acoplado no tempo devido às restrições de *uptime*. Assim, (3.15) equivale a resolver R subproblemas de PNLM a cada iteração da RL. Estes subproblemas são solucionados pelo pacote AOA disponível no programa computacional AIMMS.

Com relação à maximização do problema dual (3.13), existem várias técnicas para se implementar esse problema mestre. A mais simples e menos eficiente é a do Subgradiente (ZHUANG e GALIANA, 1988; FERREIRA *et al.*, 1989). Nesta técnica não existe critério de parada consolidado. Os métodos dos planos cortantes (WOLSEY, 1998) e de feixes (LEMARÉCHAL *et al.*, 1996) superam essa dificuldade. No entanto, o método de feixes apresenta vantagens significativas em tempo de simulação por resolver problemas de Programação Quadrática (PQ) a cada iteração e, conseqüentemente, necessita de um número menor de iterações que o método dos planos cortantes. Isso acontece porque o método de feixes aplicado a este problema consegue gerar uma seqüência de multiplicadores de Lagrange que garantem uma efetiva

subida com relação ao ponto ótimo da função dual. Logo, neste trabalho, o método de feixes é implementado no problema mestre da RL, de maneira semelhante ao exposto em Scuzziato (2011).

De forma resumida, o método de feixes utiliza a solução dos subproblemas locais para construir e resolver um problema de PQ de forma a se obter os novos multiplicadores de Lagrange da iteração e uma aproximação para o modelo da função dual. Por último, o método verifica se o passo é sério ou nulo. Em caso de passo sério, atualizam-se os multiplicadores e a função objetivo do problema dual. O algoritmo utilizado na solução da RL segue os seguintes passos:

- 1) Resolver os subproblemas locais considerando todos os multiplicadores de Lagrange iniciais λ^0 . Como resultado tem-se: $\Phi^{RL}(\lambda^0) = \Phi^{SH}(\lambda^0) + \Phi^{SP}(\lambda^0)$ e sg^0 ;
- 2) Resolver o problema mestre: $\max_{\lambda} \left[\Theta - \frac{c^{i-1}}{2} \left| \lambda - \lambda^{i-1} \right|^2 \right]$, sujeito a: $\Theta - \Phi^{RL}(\lambda^{n-1}) \leq sg^{n-1} \cdot (\lambda - \lambda^{n-1}), n = 1, \dots, i$. Como resultado tem-se: $\Theta^i = \Theta$, $\lambda^i = \lambda$;
- 3) Resolver os subproblemas locais considerando $\lambda = \lambda^i$. Obtendo-se: $\Phi^{RL}(\lambda^i)$ e sg^i ;
- 4) Calcular a medida de progresso e uma interpolação quadrática para o parâmetro de penalidade, c (KIWIEL, 1990):
$$\delta^i = \Theta^i - \Phi^{RL}(\lambda^{i-1}), c_{\text{int}}^i = 2 \cdot c^{i-1} \cdot \left[1 - \frac{\Phi^{RL}(\lambda^i) - \Phi^{RL}(\lambda^{i-1})}{\Theta^i - \Phi^{RL}(\lambda^{i-1})} \right].$$
- 5) Verificar passo: Se $\Phi^{RL}(\lambda^i) \geq \Phi^{RL}(\lambda^{i-1}) + 0,1 \cdot \delta^i$, faça $\lambda^i = \lambda^i$, $\Phi^{RL}(\lambda^i) = \Phi^{RL}(\lambda^i)$ e $c^i = \min(c_{\text{int}}^i, 0,1 \cdot c^{i-1}, c^{\min})$. Senão, faça $\lambda^i = \lambda^{i-1}$, $\Phi^{RL}(\lambda^i) = \Phi^{RL}(\lambda^{i-1})$ e $c^i = \max(c_{\text{int}}^i, 10 \cdot c^{i-1}, c^{\max})$.
- 6) Se $\delta^i \leq tol^{RL}$ ou $i = i^{\max}$ convergiu. Senão, fazer $i = i + 1$ e voltar ao passo 2.

em que,

tol^{RL} é o valor da tolerância para a convergência;

i^{\max} é o número máximo de iterações na RL;

i é o índice associado ao número de iterações;

λ^i	é o multiplicador de Lagrange associado à solução candidata a subida da i -ésima iteração;
λ^i	é o multiplicador de Lagrange associado à última solução de subida, ou centro de estabilidade do problema mestre, da i -ésima iteração;
c^i	é o parâmetro de estabilidade quadrática do problema mestre da i -ésima iteração;
c^{min}	é o limite mínimo para o parâmetro de penalidade quadrática do problema mestre;
c^{max}	é o limite máximo para o parâmetro de penalidade quadrática do problema mestre;
c_{int}^i	é o valor do parâmetro c^i obtido por interpolação quadrática na i -ésima iteração;
Φ^{RL}	é o valor da função dual da RL;
sg^i	é o vetor de subgradientes na iteração i ;
δ^i	é a aproximação das soluções, ou medida do progresso, do algoritmo para a i -ésima iteração;
n	é o índice associado ao número de aproximações lineares que compõem a função dual.

Como já mencionado, a aplicação do algoritmo da RL resulta em uma solução inviável ao problema primal. A etapa de RP, que será vista a seguir, tende a viabilizar a solução obtida na etapa da RL.

3.2.2 Recuperação Primal

A Recuperação Primal tem como principal objetivo tornar viável a solução obtida na RL. Nesta etapa, a técnica do Lagrangiano Aumentado (BERTSEKAS, 1999; FREUND, 2004) é utilizada para penalizar as restrições relaxadas adicionando termos quadráticos na função dual. Isso evita efeitos oscilatórios das variáveis primais dos subproblemas e torna a função dual diferencial. Assim, tem-se a seguinte função dual:

$$\begin{aligned}
\Phi^{LAI} = \min_{Qa, Sa, va, Q, S, v, q, pg} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R [& Qa_{rt} + Sa_{rt} - \lambda Q_{rt}^* \cdot (Qa_{rt} - Q_{rt}) - \\
& \lambda S_{rt}^* \cdot (Sa_{rt} - S_{rt}) - \lambda v_{rt}^* \cdot (va_{rt} - v_{rt}) + \\
& \frac{1}{2\mu} \cdot (Qa_{rt} - Q_{rt})^2 + \frac{1}{2\mu} \cdot (Sa_{rt} - S_{rt})^2 + \\
& \frac{1}{2\mu} \cdot (va_{rt} - v_{rt})^2], \quad (3.16)
\end{aligned}$$

sujeito a : (3.3) a (3.11),

em que,

- λQ_{rt}^* é o multiplicador de Lagrange associado à restrição $(Qa_{rt} - Q_{rt}=0)$ na RP;
- λS_{rt}^* é o multiplicador de Lagrange associado à restrição $(Sa_{rt} - S_{rt}=0)$ na RP;
- λv_{rt}^* é o multiplicador de Lagrange associado à restrição $(va_{rt} - v_{rt}=0)$ na RP;
- μ é o parâmetro de penalidade ($\mu > 0$).

Com a introdução dos termos quadráticos, percebe-se a impossibilidade de decompor o problema em subproblemas menores conforme acontece na RL. Por isso, faz-se necessário o uso de um método de linearização parcial conhecido como Princípio do Problema Auxiliar (COHEN, 1980) para contornar essa situação. Para isso, os termos quadráticos de (3.16) são aproximados da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
(Qa_{rt} - Q_{rt})^2 &\approx (Qa_{rt} - kQ^i)^2 + (Q_{rt} - kQ^i)^2, \\
(Sa_{rt} - S_{rt})^2 &\approx (Sa_{rt} - kS^i)^2 + (S_{rt} - kS^i)^2, \\
(va_{rt} - v_{rt})^2 &\approx (va_{rt} - kv^i)^2 + (v_{rt} - kv^i)^2.
\end{aligned} \quad (3.17)$$

em que i é o número da iteração da RP e kQ^i , kS^i e kv^i são constantes chamadas de centro de gravidade obtidas a partir dos valores das variáveis primais da iteração anterior da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
kQ^i &= \frac{Qa_{rt}^{i-1} + Q_{rt}^{i-1}}{2}, \\
kS^i &= \frac{Sa_{rt}^{i-1} + S_{rt}^{i-1}}{2}, \\
kv^i &= \frac{va_{rt}^{i-1} + v_{rt}^{i-1}}{2}.
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Substituindo os termos quadráticos de (3.16) pelas correspondentes aproximações mostradas em (3.17), o problema pode ser decomposto e os subproblemas locais resultantes são dados por:

$$\begin{aligned}
\Theta^{SH} = \min_{Qa, Sa, va} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \{ & (1 - \lambda Q_{rt}^*) \cdot Qa_{rt} + (1 - \lambda S_{rt}^*) \cdot Sa_{rt} - \\
& \lambda v_{rt}^* \cdot va_{rt} + \frac{1}{2\mu} \cdot [(Qa_{rt} - kQ_{rt})^2 + \\
& (Sa_{rt} - kS_{rt})^2 + (va_{rt} - kv_{rt})^2] \}, \\
\text{sujeito a : (3.3) e (3.4),}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}
\Theta^{SP} = \min_{Q, S, v, q, pg} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \{ & \lambda Q_{rt}^* \cdot Q_{rt} + \lambda S_{rt}^* \cdot S_{rt} + \lambda v_{rt}^* \cdot v_{rt} + \\
& \frac{1}{2\mu} \cdot [(Q_{rt} - kQ_{rt})^2 + (S_{rt} - kS_{rt})^2 + \\
& (v_{rt} - kv_{rt})^2] \}, \\
\text{sujeito a : (3.5) a (3.11),}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Percebe-se que o subproblema hidráulico (3.19) é um problema de Programação Quadrática (PQ) e o subproblema de programação (3.20) é um PNLIM.

Como o problema dual (3.16) é diferenciável, pode-se usar técnicas de otimização irrestrita para maximizar a função dual aumentada. Nesse sentido, a atualização dos multiplicadores de Lagrange utilizada neste trabalho é baseada no método do gradiente (BERTSEKAS, 1999). As atualizações dos multiplicadores de Lagrange, bem como dos parâmetros de penalidade são dadas da seguinte forma (SCUZZIATO, 2011):

$$\lambda^{*i+1} = \lambda^{*i} + \alpha \cdot \frac{g^i}{\|g^i\|_\infty}, \quad (3.21)$$

$$\mu^{i+1} = \begin{cases} \beta_1 \cdot \mu^i, & \text{se } \mu > \mu^{\lim} \\ \beta_2 \cdot \mu^i, & \text{se } \mu \leq \mu^{\lim} \end{cases}, \quad (3.22)$$

em que,

- α é o tamanho do passo do método do gradiente;
- g^i é o vetor de gradientes na iteração i dado pelos valores das restrições relaxadas ($xa - x$);
- $\beta_{1,2}$ são as constantes de atualização do parâmetro de penalidade;
- μ^{\lim} é uma constante que define o limite para se mudar a atualização do parâmetro de penalidade.

O objetivo do algoritmo do LAI é de forçar a viabilidade primal a partir do decréscimo do parâmetro de penalidade, μ , a cada iteração. Os principais passos do algoritmo da RP são dados por:

- 1) Atualizar o centro de gravidade (3.18);
- 2) Resolver os subproblemas locais³ e obter $\Phi^{LAI}(\lambda^{*i}) = \Theta^{SH}(\lambda^{*i}) + \Theta^{SP}(\lambda^{*i})$ e g^i ;
- 3) Atualizar os multiplicadores de Lagrange e o parâmetro de penalidade;
- 4) Se $\|g^i\|_2 \leq tol^{RP}$ ou $i = i^{max}$ convergiu. Senão, fazer $i = i+1$ e voltar ao Passo 1.

Aplicado a RP, o algoritmo retorna uma solução ao problema de comissionamento de unidades geradoras de usinas em cascata.

3.3 PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR INTEIRA MISTA

Esta seção apresenta a forma pelo qual o pacote computacional AIMMS *Outer Approximation* (AOA) disponibilizado pelo programa AIMMS tenta encontrar uma solução para o problema de

³ Na primeira iteração, considera-se que as variáveis primais e duais são aquelas obtidas na última iteração da RL.

comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas acopladas hidráulicamente.

Para resolver problemas de PNLIM, o algoritmo de aproximação exterior padrão do pacote AOA resolve uma sequência alternada de problemas de natureza não linear contínuos, também conhecidos como problemas de Programação Não Linear (PNL), e problemas lineares com variáveis inteiras e contínuas, i.e., problemas de PLIM. Ambos são resolvidos no ambiente AIMMS por pacotes específicos.

O algoritmo básico empregado pelo AOA (HUNTING, 2011) consiste nos seguintes passos:

- 1) Inicialmente, o problema é resolvido como um problema de PNL, com todas as variáveis binárias relaxadas como variáveis contínuas entre seus limites;
- 2) Na sequência, uma linearização é realizada em torno da solução obtida no problema de PNL, e as restrições resultantes são adicionadas às restrições lineares que já se encontram no modelo original. Este novo problema de PLIM é definido no algoritmo como o problema central;
- 3) O problema central é então resolvido;
- 4) A solução inteira do problema central é fixada temporariamente para que o PNLIM original seja resolvido como um problema de PNL;
- 5) Novamente, uma linearização em torno da solução ótima é realizada e as novas restrições lineares são adicionadas ao problema central. Uma ou mais restrições são adicionadas para eliminar a solução inteira encontrada anteriormente pelo problema central;
- 6) Os passos 3, 4 e 5 são repetidos até que o problema central se torne inviável ou que um critério de parada (como *gap* de otimalidade ou número de iterações, por exemplo) seja estabelecido.

O algoritmo do pacote AOA só garante um ótimo global se o problema original for convexo. No entanto, ele consegue encontrar soluções viáveis até para problemas de grande porte não convexos, como é o caso do problema deste trabalho. Uma ilustração do algoritmo pode ser conferida na Figura 3.2.

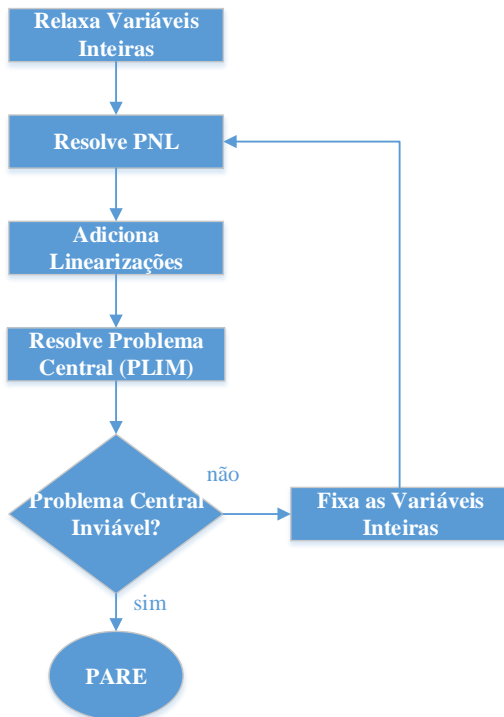


Figura 3.2: Algoritmo AOA.

3.4 PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA

Esta seção apresenta uma metodologia de PLIM para o comissionamento das unidades geradoras de usinas acopladas em cascata. Para tanto, as restrições não lineares do problema original que representam matematicamente a altura de queda líquida, a função de produção e os limites de vazão turbinada devem ser linearizadas ou aproximadas para valores constantes.

Inicialmente, esta seção aborda a forma pela qual a altura de queda líquida é linearizada. Na sequência, uma técnica de interpolação tridimensional (LI *et al.*, 2014) usada para representar a função de produção das unidades geradoras é apresentada. Ao final, o problema linearizado equivalente ao problema original deste trabalho é apresentado.

3.4.1 Linearização da Altura de Queda Líquida

Para linearizar a altura de queda líquida, neste trabalho a função cota de montante (2.6) é aproximada para uma função linear. A função cota de jusante e as perdas hidráulicas são aproximadas para um valor constante. A linearização da função de cota montante é aproximada para:

$$fcm^*(v) = A_0 + A_1 \cdot v, \quad (3.23)$$

$$A_0 = h^{\min}, \quad A_1 = \frac{h^{\max} - h^{\min}}{v^{\max} - v^{\min}}, \quad (3.24)$$

em que,

fcm^* é o valor do nível do reservatório linearizado (m);
 $h^{\min/\max}$ é o nível mínimo/máximo do reservatório (m);
 $v^{\min/\max}$ é o volume mínimo/máximo do reservatório (hm³).

A Figura 3 apresenta a diferença da função cota de montante linear e não linear para a usina hidrelétrica de Santa Clara, localizada no Paraná.

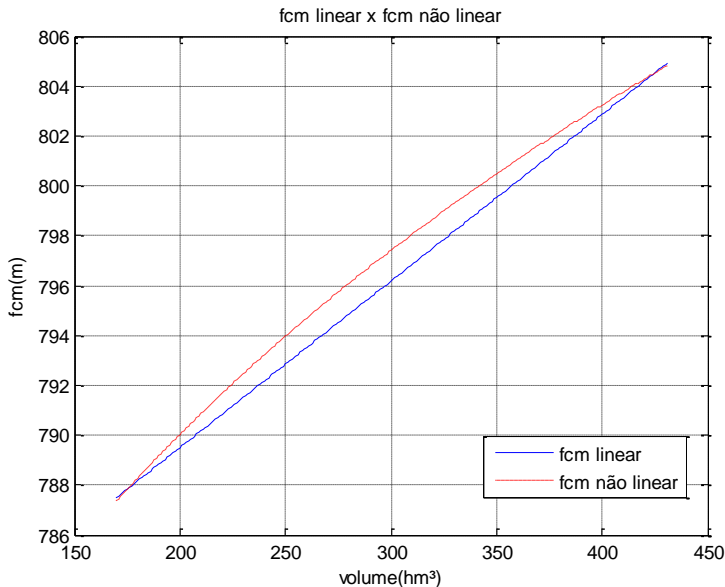


Figura 3.3: fcm linear e não linear na usina de Santa Clara.

Na Figura 3.3 percebe-se que para determinados volumes a diferença entre as funções cota de montante linear e não linear é maior. Essa diferença pode ser minimizada se os níveis mínimos e máximos do reservatório, $h^{min/max}$, ficarem próximas da cota de montante inicial, já que em geral o nível de um reservatório com grande capacidade de armazenamento não varia muito em um horizonte de 24 horas. Por exemplo, no caso da usina de Santa Clara, se o volume inicial for de 300 hm³, pode-se considerar $h^{min/max}$ como sendo iguais a 796 e 799 metros para determinar A_0 e A_1 . Desta forma, a diferença entre as funções de cota de montante linear e não linear diminui consideravelmente nas proximidades do volume inicial, como pode ser notado na Figura 3.4.

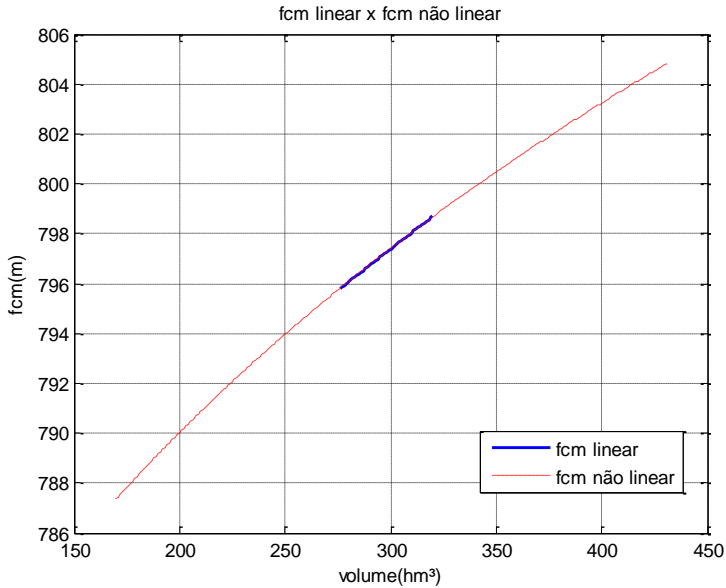


Figura 3.4: *fcm* linear melhorada e não linear na usina de Santa Clara.

A função cota de jusante, fcj , é considerada constante e igual ao valor do nível de jusante no início do período de estudo. Caso esse valor não seja conhecido, a equação não linear que representa o nível de jusante (2.7) pode ser usado para dimensionar essa constante. Outra forma de encontrar esse valor é calculando o nível de montante da usina à jusante e tomar este valor como o nível de jusante⁴.

As perdas hidráulicas também são representadas por um valor constante obtido considerando o valor da vazão turbinada de projeto da unidade geradora nas equações (2.8) e (2.9) somadas.

Com isso pode-se aproximar a altura de queda líquida para a equação linearizada a seguir:

$$hl^*(v) = fcm^*(v) - fcj^* - ph^*, \quad (3.25)$$

em que,

hl^* é a altura de queda líquida linearizada;

fcj^* é a constante que representa o nível de jusante do

⁴ Para usinas suficientemente próximas.

ph^* reservatório (m);
é a constante que representa as perdas hidráulicas no reservatório (m).

Desta forma, obtêm-se valores de queda líquidas próximas às obtidas pelo modelo não linear.

3.4.2 Linearização da Função de Produção

Funções de duas variáveis não convexas, como a função de produção hidrelétrica apresentada neste documento⁵, são basicamente linearizadas por duas técnicas diferentes (D'AMBROSIO, 2009). A primeira, e mais convencional, fixa alguns valores de queda líquida e constrói funções lineares por partes para as relações de potência gerada versus vazão turbinada. Variáveis binárias são responsáveis por selecionar a altura de queda líquida nesta estratégia.

Uma abordagem mais complexa baseia-se na construção de triângulos no espaço tridimensional (pg, hl, q) representado pela função de produção não linear. Desta forma, infinitos pontos dentro dos triângulos podem ser encontrados a partir da soma ponderada dos vértices dos triângulos. Com isso, qualquer valor de queda líquida que esteja dentro do triângulo possa ser representado.

D'Ambrosio (2009) mostra que, apesar do custo computacional maior, a interpolação tridimensional fornece resultados de melhor qualidade. Portanto, esta técnica de linearização é abordada neste trabalho.

Para construir os triângulos que representarão a função de produção, inicialmente, são necessárias três curvas de potência em função da vazão turbinada para três alturas de queda líquida da unidade geradora.

As alturas de queda máxima e mínima podem ser obtidas através da equação da altura de queda líquida (2.11). O valor intermediário pode ser a média entre os valores máximo e mínimo, a altura de queda de projeto ou uma altura de queda líquida próxima a de projeto (caso a altura de projeto esteja muito próxima à máxima ou mínima). Na Figura 3.5 é apresentada a função de produção da UHE de Santa Clara para as quedas líquidas mínima, de projeto e máxima.

⁵ Embora rigorosamente a função de produção hidrelétrica seja uma função de v , Q , S e q , a mesma pode ser vista indiretamente como uma função de duas variáveis isto é hl e q . Detalhes são apresentados na sequência, bem como no Apêndice A.

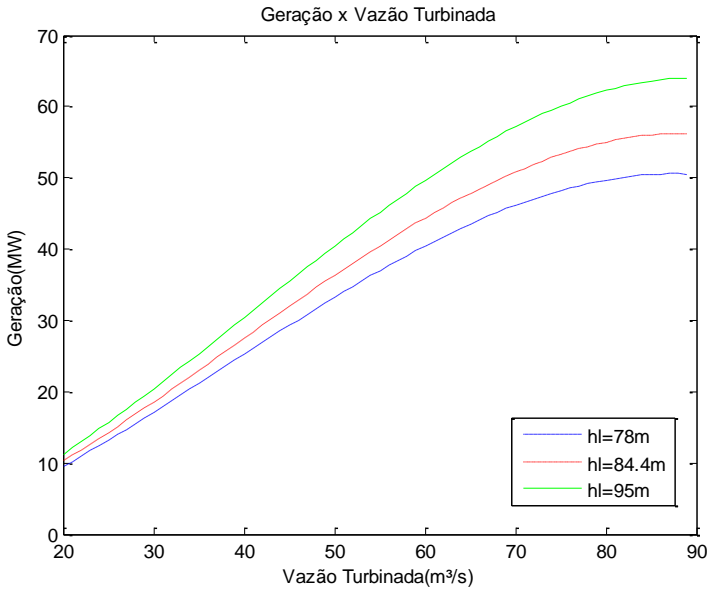


Figura 3.5: Função de Produção da usina de Santa Clara.

Para cada curva é necessário determinar três vazões turbinadas e as potências geradas respectivas a cada uma. As três vazões turbinadas podem ser obtidas através dos limites máximo e mínimo da unidade geradora. O valor central pode ser dado pela média aritmética desses limites. Definidos os valores de vazões turbinadas para cada altura de queda líquida, a Equação (2.16) pode ser utilizada para determinar as potências geradas. Caso a potência gerada de um ponto seja maior que a potência máxima da usina, pode-se reduzir o limite máximo de vazão turbinada da respectiva curva. Desta forma, são totalizados nove pontos (H^* , Q^* , PG^*) que representam linearmente a função de produção, ou seja, três pontos para cada uma das três alturas de queda líquida. A partir de agora, as curvas são representadas matematicamente pelo índice x e os pontos relacionados à mesma altura de queda serão representados matematicamente pelo índice y .

Os nove pontos criam um espaço bidimensional que representa a zona operativa da unidade geradora. Nesse espaço, podem ser criadas diversas combinações de três pontos que formam triângulos. Desta forma, são necessárias três novas variáveis binárias (a , b e c) para, a

partir das combinações possíveis entre as mesmas, estabelecer os oito triângulos que serão considerados na interpolação. A vantagem deste método é que os pontos dentro de cada triângulo podem ser determinados atribuindo pesos nos pontos referentes aos vértices dos triângulos. A Figura 3.6 apresenta uma função de produção original e sua representação linearizada sobreposta.

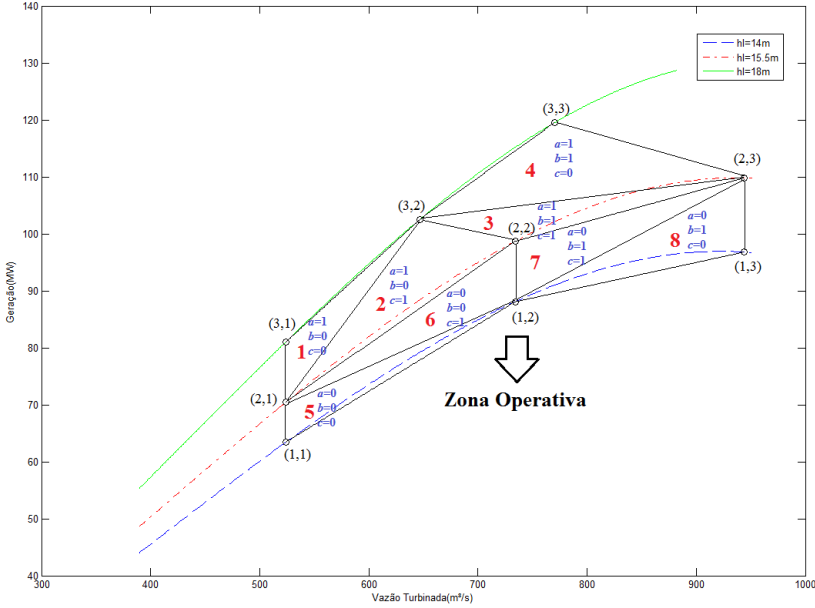


Figura 3.6: Linearização da função de produção.

Logo, pode-se substituir a função de produção original pelas seguintes restrições:

$$\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) - u_{jrt} = 0, \quad (3.26)$$

$$hl_{jrt} \leq \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot H_{jr}^*(x, y) + h^{\max} \cdot (1 - u_{jrt}), \quad (3.27)$$

$$hl_{jrt} \geq \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot H_{jr}^*(x, y), \quad (3.28)$$

$$q_{jrt} = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot Q_{jr}^*(x, y), \quad (3.29)$$

$$pg_{jrt} = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot PG_{jr}^*(x, y), \quad (3.30)$$

$$w_{jrt}(1, 3) + w_{jrt}(2, 3) + w_{jrt}(3, 3) \leq b_{jrt}, \quad (3.31)$$

$$w_{jrt}(1, 1) + w_{jrt}(2, 1) + w_{jrt}(3, 1) \leq 1 - b_{jrt}, \quad (3.32)$$

$$w_{jrt}(3, 1) + w_{jrt}(3, 2) + w_{jrt}(3, 3) \leq a_{jrt}, \quad (3.33)$$

$$w_{jrt}(1, 1) + w_{jrt}(1, 2) + w_{jrt}(1, 3) \leq 1 - a_{jrt}, \quad (3.34)$$

$$w_{jrt}(2, 2) \leq c_{jrt}, \quad (3.35)$$

$$w_{jrt}(1, 1) + w_{jrt}(3, 1) + w_{jrt}(1, 3) + w_{jrt}(3, 3) \leq 1 - c_{jrt}, \quad (3.36)$$

em que,

$H_{jr}^*(x, y)$	é a queda líquida representada pelo ponto (x, y) equivalente para a unidade j do reservatório r ;
$Q_{jr}^*(x, y)$	é a vazão turbinada representada pelo ponto (x, y) equivalente para a unidade j do reservatório r ;
$PG_{jr}^*(x, y)$	é a potência representada pelo ponto (x, y) equivalente para a unidade j do reservatório r ;
X	é o conjunto de índices das curvas;
Y	é o conjunto de índices dos pontos nas curvas;
a_{jrt}	é a variável binária que é 1 quando o triângulo escolhido está acima da linha que liga os pontos centrais horizontalmente para a unidade j do reservatório r no estágio t ;
b_{jrt}	é a variável binária que é 1 quando o triângulo escolhido está à direita da linha que liga os pontos centrais verticalmente para a unidade j do reservatório r no estágio t ;
c_{jrt}	é a variável binária que é 1 quando o triângulo escolhido está no ponto central para a unidade j do reservatório r no estágio t ;
$w_{jrt}(x, y)$	é a variável contínua que representa o peso do ponto de dados para a unidade j do reservatório r no estágio t , definida por $0 \leq w_{jrt}(x, y) \leq 1$.

A restrição (3.26) define a soma ponderada dos pesos de todos os nove pontos de dados. Nesse caso, se a unidade for acionada esta soma deve ser igual a 1. As restrições (3.27) e (3.28) calculam o valor da

interpolação para a altura de queda líquida. Se a unidade estiver ligada, o valor interpolado é igual à soma da altura de queda líquida ponderada pelos pontos de dados. As restrições (3.29) e (3.30) calculam os valores da vazão turbinada e da potência gerada através da interpolação dos pontos de dados equivalentes. As restrições (3.31) a (3.36) estabelecem o princípio do entrelaçamento triangular em um espaço bidimensional, ou seja, definem quais os triângulos serão considerados no espaço bidimensional.

Desta forma, a função de produção linearizada é representada por uma interpolação direta dos valores de queda líquida, vazão turbinada e potência gerada representados por nove pontos de dados referente às três curvas de potência como função do turbinamento da unidade geradora. Um exemplo numérico ilustrativo é apresentado no Apêndice A para detalhar o processo de linearização da função de produção.

3.4.3 Problema Linearizado

De posse de uma representação linear para a altura de queda líquida e para a função de produção de cada unidade geradora da cascata, pode-se modelar matematicamente um problema de PLIM com características semelhantes ao problema original proposto.

A modelagem completa do problema linearizado para o comissionamento de unidades geradoras de usinas acopladas em cascata é representada da seguinte maneira:

$$\min \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Q_{rt} + S_{rt}), \quad (3.37)$$

sujeito a :

$$v_{rt} - v_{rt-1} + c \cdot \left[Q_{rt} + S_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{R}_r} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + S_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c \cdot y_{rt}, \quad (3.38)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{rt} \leq v_r^{\max}, \quad 0 \leq S_{rt} \leq S_r^{\max}, \quad (3.39)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad (3.40)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} q_{jrt} - Q_{rt} = 0, \quad (3.41)$$

$$u_{jrt} \geq u_{jrp} - u_{jr,p-1}, \quad p \in \left[t+1-t_{jr}^{up}, t-1 \right], \quad (3.42)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkr}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkr}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (3.43)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} = u_{jrt}, \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, z_{jkrt} \in \{0,1\}, u_{jrt} \in \{0,1\}, \quad (3.44)$$

$$hl_{jrt} = fcm_{rt}^*(v_{rt}) - fcj_{jr}^* - ph_{jr}^* \quad (3.45)$$

$$\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) - u_{jrt} = 0, \quad (3.46)$$

$$hl_{jrt} \leq \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot H_{jr}^*(x, y) + h^{\max} \cdot (1 - u_{jrt}), \quad (3.47)$$

$$hl_{jrt} \geq \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot H_{jr}^*(x, y), \quad (3.48)$$

$$q_{jrt} = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot Q_{jr}^*(x, y), \quad (3.49)$$

$$pg_{jrt} = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot PG_{jr}^*(x, y), \quad (3.50)$$

$$w_{jrt}(1,3) + w_{jrt}(2,3) + w_{jrt}(3,3) \leq b_{jrt}, \quad (3.51)$$

$$w_{jrt}(1,1) + w_{jrt}(2,1) + w_{jrt}(3,1) \leq 1 - b_{jrt}, \quad (3.52)$$

$$w_{jrt}(3,1) + w_{jrt}(3,2) + w_{jrt}(3,3) \leq a_{jrt}, \quad (3.53)$$

$$w_{jrt}(1,1) + w_{jrt}(1,2) + w_{jrt}(1,3) \leq 1 - a_{jrt}, \quad (3.54)$$

$$w_{jrt}(2,2) \leq c_{jrt}, \quad (3.55)$$

$$w_{jrt}(1,1) + w_{jrt}(3,1) + w_{jrt}(1,3) + w_{jrt}(3,3) \leq 1 - c_{jrt}, \quad (3.56)$$

Com essa modelagem, inicialmente a queda líquida é determinada em (3.45). Com a queda líquida definida, as restrições (3.47) e (3.48) auxiliarão na definição dos pesos que, junto com as restrições (3.49) e (3.50), definirão os pontos (pg, hl, q) que atenderão a demanda (3.40) com o menor turbinamento possível, conforme a função objetivo (3.37), obedecendo as demais restrições. O ponto encontrado estará em um triângulo definido pelas restrições (3.51) a (3.56).

Este problema pode ser resolvido por pacotes computacionais de PLIM. Neste trabalho, o CPLEX é utilizado para resolver o problema.

3.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentadas três estratégias de solução propostas para otimizar o comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas acopladas hidráulicamente.

A primeira estratégia proposta utiliza as metodologias da RL e, posteriormente, da RP. A etapa da RL decompõe o problema original em diversos subproblemas mais simples e, conseqüentemente, mais fáceis de serem resolvidos. Nesta etapa, o método de feixes foi utilizado para resolver o problema dual devido à característica não diferenciável do mesmo. Como o resultado da RL é inviável, faz-se necessário a implementação de um algoritmo de RP para viabilizar a solução. Na etapa da RP, é utilizada a metodologia do Lagrangiano Aumentado Inexato, em que termos quadráticos são adicionados na função dual para penalizar as restrições relaxadas.

A segunda estratégia de solução proposta é a utilização do pacote computacional AOA, disponível na plataforma AIMMS, para resolver o problema completo de forma direta. Este pacote utiliza um algoritmo de aproximação exterior, onde problemas de PNL e de PLIM são resolvidos de forma alternada, para resolver o problema de PNLIM.

Na terceira estratégia de solução proposta, a altura de queda líquida e a função de produção das unidades geradoras são linearizadas e o problema resultante linear é modelado e resolvido por pacotes de PLIM. Nesta etapa, uma interpolação tridimensional é utilizada para representar a função de produção das unidades geradoras.

No próximo capítulo, os resultados obtidos pelas três estratégias de solução serão apresentados e uma análise comparativa será realizada a fim de verificar a qualidade das soluções obtidas.

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS

4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma análise comparativa das três estratégias de solução apresentadas para o comissionamento de unidades geradoras de usinas hidrelétricas.

Inicialmente, os dados de entrada de um Caso Base com um perfil de demanda e volumes iniciais são apresentados. Na sequência, os resultados das estratégias de solução e uma análise comparativa das mesmas são apresentadas. Posteriormente, outros cenários de demanda e de volumes iniciais são simulados a fim de se validar computacionalmente as estratégias propostas. Adicionalmente, algumas alternativas para melhorar a solução e/ou o tempo de simulação são abordados. Por fim, será analisado o efeito das soluções quando as metas de demanda são otimizadas para um grupo de usinas de um mesmo agente.

As estratégias de solução foram implementadas no programa computacional AIMMS 3.14, e foram executadas em um processador Intel Core 2 Quadcore 2,66 GHz. Dentro da plataforma AIMMS, os problemas de PL e PLIM foram resolvidos pelo solver CPLEX 12.6 e os problemas de PNLIM pelo módulo AOA⁶.

4.2 DESCRIÇÃO DOS DADOS INICIAIS

Os testes realizados neste trabalho são baseados em um sistema hidrelétrico composto por oito usinas acopladas em cascata, conforme disposto na Figura 4.1.

⁶ O algoritmo do módulo AOA utiliza o solver CONOPT V3.14 para resolver os problemas de PNL e o solver CPLEX 12.6 para resolver os problemas de PLIM.

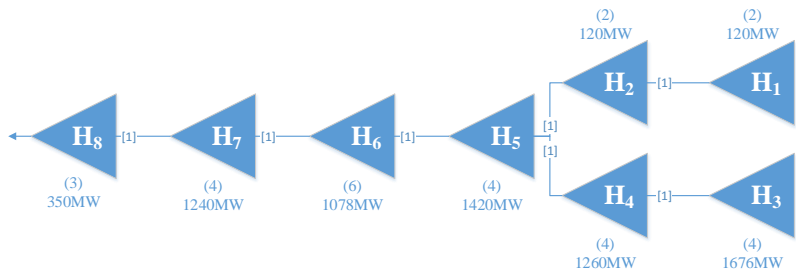


Figura 4.1: Diagrama esquemático do sistema hidrelétrico.

Os dados utilizados são referentes às usinas hidrelétricas da Bacia do Rio Iguaçu, localizado na Região Sul do Brasil (ONS, 2009).

Como pode ser visto na Figura 4.1, a capacidade instalada da cascata é de 7.264 MW. Os números entre parênteses referem-se à quantidade de unidades geradoras de cada usina e os números entre colchetes representam o tempo de viagem da água (em horas) entre as usinas. A água viaja no sentido apontado pelos triângulos.

Na Tabela 4.1 são apresentados os limites operacionais relacionados aos volumes e às cotas de montante dos reservatórios. Além disso, na tabela também podem ser visualizados os valores das alturas de queda líquida de projeto e os limites máximos de vazão turbinada das usinas. Os limites máximos de vertimento nas usinas foram considerados como sendo o dobro dos limites de vazão turbinada máxima.

Tabela 4.1: Limites operativos dos reservatórios.

Usina	$v^{min}(\text{hm}^3)$	$v^{max}(\text{hm}^3)$	$h^{min}(\text{m})$	$h^{max}(\text{m})$	$hl^{proj}(\text{m})$	$Q^{max}(\text{m}^3/\text{s})$
H ₁	169	431	787,5	805,0	84,4	170
H ₂	34	35	705,0	705,5	89,5	160
H ₃	1.974	5.779	700,0	742,0	135,0	1.560
H ₄	2.562	2.950	602,0	607,0	110,0	1.396
H ₅	2.662	6.775	481,0	506,0	102,0	1.784
H ₆	1.014	1.124	396,0	397,0	68,4	2.046
H ₇	3.473	3.573	324,0	325,0	65,4	2.376
H ₈	183	212	258,0	259,0	15,5	2.832

Nas Tabela 4.2 e 4.3 são apresentados os coeficientes das funções de cota de montante e de jusante.

Tabela 4.2: Coeficientes da função de cota montante.

Usina	a_0 (m)	a_1 (m/hm ³)	a_2 (m/hm ⁶)	a_3 (m/hm ⁹)	a_4 (m/hm ¹²)
H ₁	7,66.10 ²	1,69.10 ⁻¹	-3,13.10 ⁻⁴	3,99.10 ⁻⁷	-2,25.10 ⁻¹⁰
H ₂	6,69.10 ²	2,78.10 ⁰	-1,12.10 ⁻¹	2,60.10 ⁻³	-2,30.10 ⁻⁵
H ₃	6,51.10 ²	3,50.10 ⁻²	-6,50.10 ⁻⁶	7,78.10 ⁻¹⁰	-3,95.10 ⁻¹⁴
H ₄	5,53.10 ²	2,47.10 ⁻²	-2,10.10 ⁻⁶	0,00	0,00
H ₅	4,48.10 ²	1,82.10 ⁻²	-2,87.10 ⁻⁶	3,00.10 ⁻¹⁰	-1,27.10 ⁻¹⁴
H ₆	3,97.10 ²	0,00	0,00	0,00	0,00
H ₇	3,25.10 ²	0,00	0,00	0,00	0,00
H ₈	2,59.10 ²	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4.3: Coeficientes da função de cota jusante.

Usina	b_0 (m)	b_1 (s/m ²)	b_2 (s ² /m ⁵)	b_3 (s ³ /m ⁸)	b_4 (s ⁴ /m ¹¹)
H ₁	7,06.10 ²	3,58.10 ⁻³	8,09.10 ⁻⁶	-1,97.10 ⁻⁸	1,22.10 ⁻¹¹
H ₂	6,05.10 ²	2,78.10 ⁻²	-4,63.10 ⁻⁵	3,36.10 ⁻⁸	-8,92.10 ⁻¹²
H ₃	6,02.10 ²	1,11.10 ⁻³	4,21.10 ⁻⁷	-8,31.10 ⁻¹¹	4,76.10 ⁻¹⁵
H ₄	4,90.10 ²	6,08.10 ⁻⁵	2,92.10 ⁻⁷	-2,32.10 ⁻¹¹	4,56.10 ⁻¹⁶
H ₅	3,94.10 ²	2,11.10 ⁻³	-7,92.10 ⁻⁸	2,35.10 ⁻¹²	-2,71.10 ⁻¹⁷
H ₆	3,22.10 ²	2,28.10 ⁻³	-1,40.10 ⁻⁷	3,84.10 ⁻¹²	-5,36.10 ⁻¹⁷
H ₇	2,58.10 ²	6,21.10 ⁻⁴	-1,72.10 ⁻⁸	2,28.10 ⁻¹³	1,22.10 ⁻²⁰
H ₈	2,41.10 ²	4,00.10 ⁻⁴	-5,00.10 ⁻⁹	1,00.10 ⁻¹³	-8,00.10 ⁻¹⁹

Os coeficientes utilizados para calcular as perdas hidráulicas e os limites de potência de cada unidade podem ser conferidos na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Constantes de Perdas Hidráulicas.

Usina	k_p (s ² /m ⁵)	k_s (s ² /m ⁵)	pg^{min} (MW)	pg^{max} (MW)
H ₁	2,740.10 ⁻⁴	1,288.10 ⁻⁴	40	60
H ₂	5,300.10 ⁻⁴	2,538.10 ⁻⁴	40	60
H ₃	2,290.10 ⁻⁵	1,076.10 ⁻⁵	290	419
H ₄	1,830.10 ⁻⁵	8,601.10 ⁻⁶	180	315
H ₅	1,077.10 ⁻⁵	5,062.10 ⁻⁶	210	355

H₆	3,616.10 ⁻⁵	1,699.10 ⁻⁵	120	182
H₇	3,628.10 ⁻⁶	1,705.10 ⁻⁴	205	310
H₈	1,580.10 ⁻⁷	7,426.10 ⁻⁸	70	117

Na Tabela 4.5 são apresentados os coeficientes do polinômio de rendimento hidráulico para todas as unidades geradoras da cascata.

Tabela 4.5: Coeficientes das funções de rendimento hidráulico.

Usina	c ₀	c ₁ (s/m ³)	c ₂ (1/m)	c ₃ (s/m ⁴)	c ₄ (s ² /m ⁶)	c ₅ (1/m ²)
H₁	3,59.10 ⁻¹	1,29.10 ⁻²	4,17.10 ⁻³	5,15.10 ⁻⁵	-1,48.10 ⁻⁴	2,74.10 ⁻⁴
H₂	3,59.10 ⁻¹	1,37.10 ⁻²	3,93.10 ⁻³	5,15.10 ⁻⁵	-1,66.10 ⁻⁴	5,30.10 ⁻⁴
H₃	-5,01.10 ⁻¹	4,78.10 ⁻³	1,15.10 ⁻²	-2,40.10 ⁻⁶	-7,62.10 ⁻⁶	1,11.10 ⁻⁵
H₄	3,59.10 ⁻¹	3,21.10 ⁻³	3,19.10 ⁻³	9,81.10 ⁻⁶	-9,13.10 ⁻⁶	1,89.10 ⁻⁵
H₅	3,92.10 ⁻¹	2,97.10 ⁻³	1,98.10 ⁻³	4,10.10 ⁻⁶	-5,73.10 ⁻⁶	1,07.10 ⁻⁵
H_{6_1}	2,71.10 ⁻¹	1,21.10 ⁻³	1,43.10 ⁻²	4,11.10 ⁻⁵	-8,33.10 ⁻⁶	2,36.10 ⁻⁵
H_{6_2}	7,77.10 ⁻²	3,31.10 ⁻³	1,18.10 ⁻²	5,76.10 ⁻⁶	-6,96.10 ⁻⁶	2,36.10 ⁻⁵
H₇	3,59.10 ⁻¹	1,94.10 ⁻³	5,37.10 ⁻³	9,96.10 ⁻⁶	-3,33.10 ⁻⁶	2,18.10 ⁻⁶
H₈	3,59.10 ⁻¹	1,22.10 ⁻³	2,27.10 ⁻²	2,65.10 ⁻⁵	-1,32.10 ⁻⁶	1,60.10 ⁻⁷

Por meio da Tabela 4.5 percebe-se que a usina H₆ possui dois tipos diferentes de unidades geradoras, sendo que as unidades 1, 2, 3 e 4 pertencem a um primeiro grupo, H_{6_1}, e as unidades 5 e 6 pertencem a um segundo grupo, H_{6_2}. Nas demais usinas, as unidades geradoras são idênticas.

Na Tabela 4.6 e na Tabela 4.7 podem ser visualizados, respectivamente, os coeficientes utilizados para limitar as vazões turbinadas máximas e mínimas nas unidades geradoras.

Tabela 4.6: Coeficientes das funções de vazão turbinada máxima.

Usina	d ₀ (m ³ /s)	d ₁ (m ² /s)	d ₂ (m/s)	d ₃ (1/s)
H₁	1,20.10 ⁻³	-4,76.10 ¹	6,53.10 ⁻¹	-2,91.10 ⁻³
H₂	1,12.10 ⁻³	-4,19.10 ¹	5,43.10 ⁻¹	-2,28.10 ⁻³
H₃	5,32.10 ⁻³	-1,28.10 ²	1,08.10 ⁰	-3,01.10 ⁻³
H₄	4,88.10 ⁻³	-1,44.10 ²	1,50.10 ⁰	-5,11.10 ⁻³
H₅	5,83.10 ⁻³	-1,98.10 ²	2,17.10 ⁰	-7,97.10 ⁻³

H₆	$3,85.10^{-3}$	$-1,96.10^2$	$3,50.10^0$	$-2,02.10^{-2}$
H₇	$8,20.10^{-3}$	$-4,03.10^2$	$7,02.10^0$	$-4,02.10^{-2}$
H₈	$1,23.10^{-2}$	$-2,66.10^3$	$1,99.10^2$	$-4,81.10^0$

Tabela 4.7: Coeficientes das funções de vazão turbinada mínima.

Usina	e₀ (m ³ /s)	e₁ (m ² /s)	e₂ (m/s)	e₃ (1/s)
H₁	$1,22.10^2$	$-2,60.10^0$	$2,28.10^{-2}$	$-6,87.10^{-5}$
H₂	$1,15.10^2$	$-2,34.10^0$	$2,03.10^{-2}$	$-6,10.10^{-5}$
H₃	$4,40.10^2$	$-6,99.10^0$	$6,07.10^{-2}$	$-1,83.10^{-4}$
H₄	$4,10.10^2$	$-7,87.10^0$	$6,84.10^{-2}$	$-2,06.10^{-4}$
H₅	$5,02.10^2$	$-1,00.10^1$	$9,19.10^{-2}$	$-2,76.10^{-4}$
H₆	$5,74.10^2$	$-1,17.10^1$	$1,04.10^{-1}$	$-3,14.10^{-4}$
H₇	$6,80.10^2$	$-7,25.10^0$	$4,65.10^{-2}$	$-5,74.10^{-4}$
H₈	$1,08.10^3$	$-5,88.10^1$	$1,28.10^0$	$-3,84.10^{-3}$

Os coeficientes necessários para calcular as perdas mecânicas da turbina e as perdas globais do gerador podem ser visualizados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8: Coeficientes das perdas no conjunto turbina-gerador.

Usina	f₀ (MW)	f₁	g₀ (MW)	g₁	g₂ (1/MW)
H₁	$4,09.10^{-1}$	$3,55.10^{-4}$	$-6,86.10^{-2}$	$3,87.10^{-3}$	$-5,36.10^{-7}$
H₂	$4,09.10^{-1}$	$3,55.10^{-4}$	$-6,86.10^{-2}$	$3,87.10^{-3}$	$-5,36.10^{-7}$
H₃	$2,85.10^0$	$2,48.10^{-3}$	$-4,79.10^{-1}$	$5,41.10^{-3}$	$-3,74.10^{-6}$
H₄	$2,15.10^0$	$1,86.10^{-3}$	$-3,60.10^{-1}$	$4,06.10^{-3}$	$-2,81.10^{-6}$
H₅	$2,42.10^0$	$2,10.10^{-3}$	$-4,06.10^{-1}$	$4,58.10^{-3}$	$-3,17.10^{-6}$
H₆	$1,24.10^0$	$1,08.10^{-3}$	$-2,08.10^{-1}$	$2,35.10^{-3}$	$-1,63.10^{-6}$
H₇	$2,11.10^0$	$1,83.10^{-3}$	$-3,55.10^{-1}$	$4,00.10^{-3}$	$-2,77.10^{-6}$
H₈	$7,95.10^{-1}$	$6,90.10^{-4}$	$-1,34.10^{-1}$	$1,51.10^{-3}$	$-1,04.10^{-6}$

4.3 RESULTADOS

Os resultados e análises comparativas das três estratégias de solução serão, inicialmente, apresentadas para o Caso Base. Na

sequência, outros cinco cenários de demanda e de volumes iniciais são acrescentados ao Caso Base e simulados. Diferentes parâmetros são considerados na análise comparativa, destacando-se os tempos de execução dos algoritmos e a qualidade da solução primal fornecida. Em todas as simulações, o horizonte de estudo para o problema proposto é de um dia, com discretização horária.

Além dessas simulações, duas alternativas de melhorar a qualidade da solução da estratégia de RL/RP são apresentadas: a primeira propõe uma simplificação na etapa da RL a fim de se reduzir o tempo desta fase; e a segunda apresenta uma forma de melhorar a qualidade da solução quando as restrições de *uptime* são desconsideradas.

Por fim, serão analisados os resultados para simulações que consideraram as metas de demanda para um grupo de usinas pertencentes ao mesmo agente gerador.

4.3.1 Caso Base

Para o Caso Base, as afluições incrementais são consideradas nulas para todos os reservatórios, o tempo mínimo em que as unidades geradoras devem permanecer ligadas é de seis horas para todas as usinas e os volumes iniciais de cada reservatório são considerados conforme ilustrado na Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Afluições, t^{up} e volumes iniciais – Caso Base.

Usina	y_0 (m ³ /s)	t^{up} (hs)	v_0 (hm ³)	v_0 (%)
H₁	0	6	300	50,00
H₂	0	6	35	100,00
H₃	0	6	5.208	84,99
H₄	0	6	2.930	94,84
H₅	0	6	6.158	85,00
H₆	0	6	1.078	58,18
H₇	0	6	3.573	100,00
H₈	0	6	197,5	50,14

As metas de geração para cada usina da cascata durante as 24 horas do dia seguinte podem ser visualizadas na Figura 4.2.

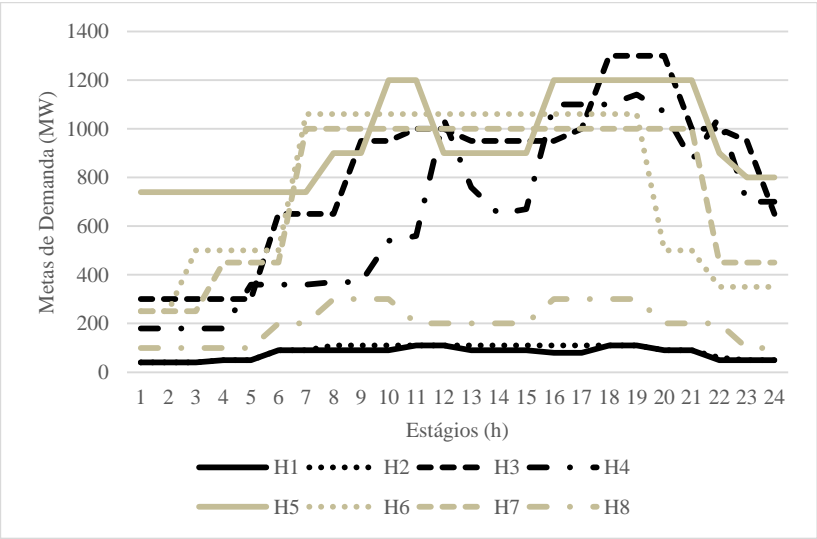


Figura 4.2: Metas de demanda por usina – Caso Base.

Neste sentido, a meta total de geração para a cascata tem o comportamento visualizado na Figura 4.3.

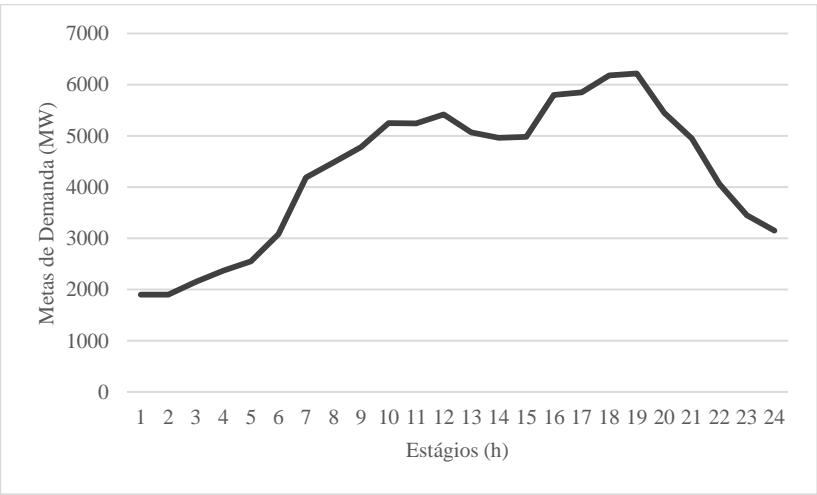


Figura 4.3: Metas de demanda para a Cascata – Caso Base.

Na sequência, os resultados do Caso Base inicialmente serão apresentados para as três metodologias separadamente e depois comparados.

4.3.1.1 Relaxação Lagrangiana e Recuperação Primal

Para a etapa da RL, os multiplicadores de Lagrange foram inicializados com os valores iguais a 0,1. Os limites mínimo e máximo para o parâmetro de penalidade (c^{min} e c^{max}) foram considerados, respectivamente, iguais a 10^{-6} e 10^6 .

Para uma tolerância de 0,5%, o valor obtido para a função dual na etapa da RL foi de 153.289,1 m³/s em um tempo computacional de 35,15 segundos. Para isso, o algoritmo do método de feixes realizou 20 iterações, sendo que seis foram de subida. A evolução da função dual pode ser visualizada na Figura 4.4. Nesta figura, também pode ser observada a evolução da norma do subgradiente ao longo das iterações e, conseqüentemente, a inviabilidade da solução primal devido ao valor resultante da última iteração (14.756,3).

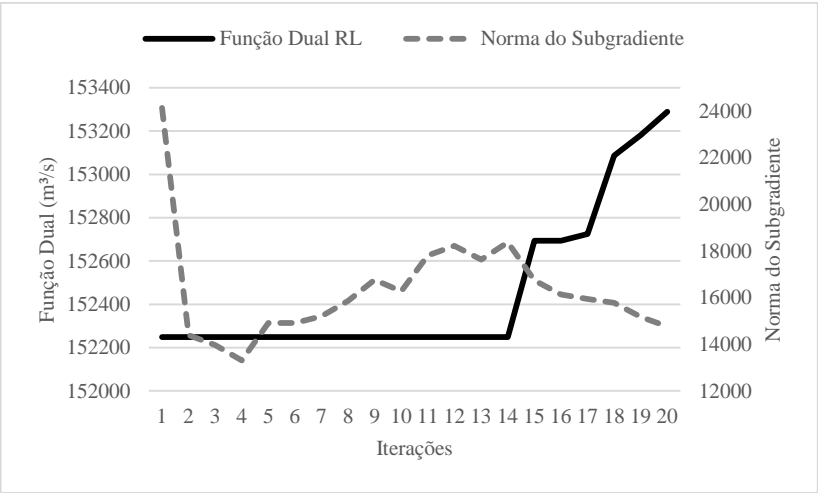


Figura 4.4: Evolução da função dual e norma do subgradiente na RL – Caso Base.

Para viabilizar a solução obtida na RL, aplicou-se a RP por meio do LAI. Nesta segunda etapa, o parâmetro de penalidade inicial utilizado foi igual a 30.000. Para atualizar este parâmetro, β_1 , β_2 e μ^{lim} foram

considerados respectivamente, iguais a 0,5, 0,95 e 0,05. Na atualização dos multiplicadores de Lagrange α foi considerado igual a 0,9.

Para uma tolerância igual a 1, a solução obtida na etapa da RP foi de 153.719,9 m³/s para um tempo computacional de 15,50 segundos. Esta solução foi obtida na iteração de número 20. A evolução do LAI e da norma do gradiente ao longo das iterações pode ser verificada na Figura 4.5.

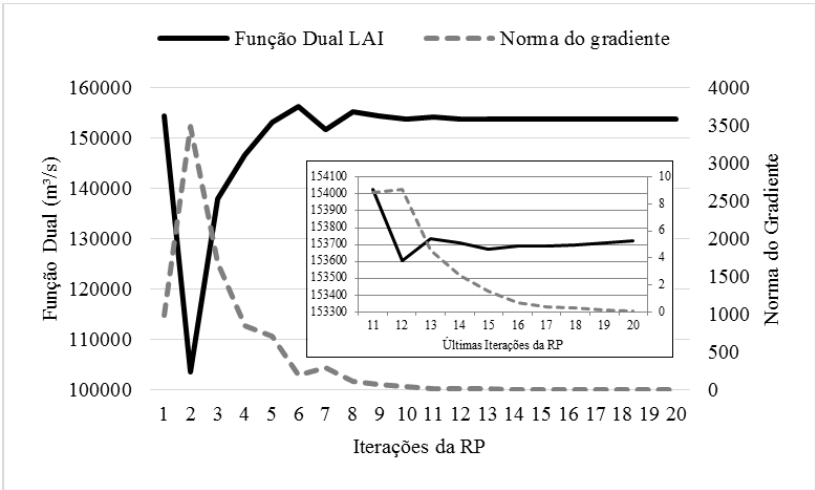


Figura 4.5: Evolução da solução na RP – Caso Base.

A etapa da RP teve convergência para uma norma euclidiana do vetor de gradientes igual a 0,722. Com isso, o maior valor absoluto no vetor de gradientes foi de 0,098 hm³ na variável v da usina H₂ no estágio $t=10$.

Como a solução da RL representa um valor inferior para a solução ótima do problema e a solução da RP foi apenas 0,28% superior a solução da RL, pode-se concluir que uma boa solução viável foi obtida por esta estratégia de solução. Desta forma, pode-se analisar os principais resultados obtidos pela estratégia de solução baseada na RL/RP.

Na Tabela 4.10 é apresentado o despacho de potência resultante da usina H₆.

Tabela 4.10: Gerações obtidas na usina H₆ via RL/RP – Caso Base.

Estágio	<i>pg</i>₁ (MW)	<i>pg</i>₂ (MW)	<i>pg</i>₃ (MW)	<i>pg</i>₄ (MW)	<i>pg</i>₅ (MW)	<i>pg</i>₆ (MW)
1	125,00	0,00	125,00	0,00	0,00	0,00
2	125,00	0,00	125,00	0,00	0,00	0,00
3	166,67	166,67	166,67	0,00	0,00	0,00
4	166,67	166,67	166,67	0,00	0,00	0,00
5	166,67	166,67	166,67	0,00	0,00	0,00
6	166,67	166,67	166,67	0,00	0,00	0,00
7	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
8	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
9	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
10	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
11	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
12	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
13	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
14	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
15	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
16	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
17	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
18	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
19	177,50	177,50	177,50	177,50	175,00	175,00
20	166,67	166,67	166,67	0,00	0,00	0,00
21	166,67	166,67	166,67	0,00	0,00	0,00
22	175,00	175,00	0,00	0,00	0,00	0,00
23	175,00	175,00	0,00	0,00	0,00	0,00
24	175,00	175,00	0,00	0,00	0,00	0,00

A partir da Tabela 4.10, percebe-se que, em cada estágio de tempo, a carga é igualmente distribuída entre as unidades geradoras com características operativas idênticas e as unidades geradoras do grupo 1 (1, 2, 3 e 4) foram consideradas mais eficientes e, conseqüentemente, as primeiras a serem despachadas. Adicionalmente, verifica-se que todas as unidades permaneceram ligadas por mais de seis horas depois de acionadas. Isso proporcionou que as unidades fossem ligadas em, no máximo, uma vez ao longo dos 24 estágios.

Nos resultados obtidos, não se observou vertimento em nenhuma das usinas. Na maioria dos reservatórios, o volume final foi levemente

menor que o inicial devido à ausência de vazão afluyente incremental. No entanto, o acoplamento hidráulico e, conseqüentemente, as vazões afluyente das usinas imediatamente a montante impediram que essas quedas no volume final fossem maiores. A usina H_8 , por exemplo, ainda chegou ao final do período com um volume um pouco maior que o inicial.

Os volumes iniciais e finais de cada reservatório, assim como a diferença entre os mesmos, podem ser conferidos na Tabela 4.11.

Tabela 4.11: Volumes iniciais e finais via RL/RP – Caso Base.

Usina	v_0 (hm^3)	v_{24} (hm^3)	v_0 (%)	v_{24} (%)	Diferença (%)
H_1	300,00	291,52	50,00	48,59	-2,83
H_2	35,00	34,55	100,00	98,71	-1,28
H_3	5.208,00	5.148,48	84,99	84,02	-1,14
H_4	2.930,00	2.932,13	94,84	94,91	+0,07
H_5	6.158,00	6.134,95	85,00	84,68	-0,37
H_6	1.078,00	1.050,94	58,18	56,72	-2,51
H_7	3.573,00	3.564,74	100,00	99,77	-0,23
H_8	197,50	198,17	50,14	50,31	+0,34

Logo, verifica-se um volume final de $19.355,46 \text{ hm}^3$ ($7.284,46 \text{ hm}^3$ de volume útil) para a cascata ao final do período de planejamento.

4.3.1.2 Programação Não Linear Inteira Mista

O módulo AOA consegue encontrar soluções viáveis para problemas de PNLIM de grande porte não convexos de forma direta. Mesmo assim, o módulo não foi capaz de resolver o problema completo de forma direta. Neste sentido, inicialmente as perdas mecânicas da turbina e globais do gerador (pmt e pgg) foram desconsideradas e o problema foi resolvido. Esta solução foi utilizada como entrada para o caso completo e solucionado novamente pelo AOA.

O critério de parada do algoritmo foi o limite no número de iterações, o qual foi limitado em três iterações. Esse valor baixo é resultado de diversas análises em que foi observado que na maioria das vezes o módulo AOA encontra boas soluções viáveis logo nas primeiras iterações.

Para o sistema proposto, o PNLIM possui um total de 5.643 variáveis, sendo 696 binárias, e 11.907 restrições. Para o Caso Base, a

mínima defluência que o módulo AOA encontrou para a função objetivo, depois de executadas as três iterações do algoritmo para o problema simplificado e para o completo, foi de 153.896,33 m³/s. O tempo computacional associado foi de 457,21 segundos.

Na Tabela 4.12 é apresentado o despacho de potência resultante da otimização via AOA na usina H₆.

Tabela 4.12: Gerações obtidas na usina H₆ via AOA – Caso Base.

Estágio	<i>pg</i> ₁ (MW)	<i>pg</i> ₂ (MW)	<i>pg</i> ₃ (MW)	<i>pg</i> ₄ (MW)	<i>pg</i> ₅ (MW)	<i>pg</i> ₆ (MW)
1	0,00	0,00	0,00	130,00	120,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00	130,00	120,00	0,00
3	0,00	126,67	126,67	126,67	120,00	0,00
4	0,00	126,67	126,67	126,67	120,00	0,00
5	0,00	126,67	126,67	126,67	120,00	0,00
6	0,00	126,67	126,67	126,67	120,00	0,00
7	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
8	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
9	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
10	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
11	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
12	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
13	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
14	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
15	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
16	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
17	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
18	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
19	177,03	177,03	177,03	177,03	175,95	175,95
20	125,00	125,00	125,00	0,00	125,00	0,00
21	125,00	125,00	125,00	0,00	125,00	0,00
22	0,00	175,00	0,00	0,00	175,00	0,00
23	0,00	175,00	0,00	0,00	175,00	0,00
24	0,00	175,00	0,00	0,00	175,00	0,00

Assim como ocorreu na estratégia anterior, na Tabela 4.12 também se verifica a igualdade na geração das unidades geradoras idênticas. No entanto, o despacho não deu preferência às unidades do grupo 1. Adicionalmente, percebe-se que a restrição de *uptime* está sendo atendida, ou seja, todas as unidades permanecem ligadas por um tempo superior a seis horas após serem acionadas.

Nesta estratégia, também não se observou vertimento em nenhuma das usinas. Além disso, os volumes dos reservatórios tiveram um comportamento semelhante ao observado na solução obtida via RL/RP.

Os volumes iniciais e finais de cada reservatório, assim como a diferença entre os mesmos, podem ser conferidos na Tabela 4.13.

Tabela 4.13: Volumes iniciais e finais via AOA – Caso Base.

Usina	v_0 (hm^3)	v_0 (%)	v_{24} (hm^3)	v_{24} (%)	Diferença (%)
H₁	300,00	50,00	291,53	48,59	-2,82
H₂	35,00	100,00	34,52	98,63	-1,37
H₃	5.208,00	84,99	5.148,46	84,02	-1,14
H₄	2.930,00	94,84	2.932,15	94,91	0,07
H₅	6.158,00	85,00	6.134,51	84,67	-0,38
H₆	1.078,00	58,18	1.051,08	56,76	-2,50
H₇	3.573,00	100,00	3.565,04	99,78	-0,22
H₈	197,50	50,14	198,15	50,30	0,33

Logo, verifica-se um volume final de 19.355,44 hm^3 (7.284,44 hm^3 de volume útil) para a cascata ao final do horizonte de planejamento.

4.3.1.3 Programação Linear Inteira Mista

Para executar o problema linearizado, inicialmente é preciso definir as alturas de quedas líquidas, vazões turbinadas e potências nos nove pontos que representarão a função de produção.

As alturas de queda mínima e máxima são obtidas de uma aproximação dos valores mínimos e máximos da função original que calcula a altura de queda líquida. O valor intermediário refere-se à altura de queda líquida de projeto ou um valor próximo a este. Tais alturas representam o índice x do problema linear e podem ser visualizadas por meio da Tabela 4.14.

Tabela 4.14: Alturas de queda líquida iniciais em m via PLIM – Caso Base.

Usina	$H^*(1,y)$	$H^*(2,y)$	$H^*(3,y)$
H ₁	78,0	84,4	95,0
H ₂	89,0	93,0	99,0
H ₃	110,0	135,0	140,0
H ₄	106,0	110,0	115,0
H ₅	76,0	102,0	110,0
H ₆	63,0	68,0	72,0
H ₇	62,0	65,0	67,0
H ₈	14,0	15,5	18,0

As três vazões turbinadas podem ser obtidas através dos limites máximo e mínimo de cada unidade geradora e da média aritmética desses limites. Com os valores de queda líquida e vazão turbinada de cada ponto, obtêm-se os pontos referentes às potências. Caso a potência máxima de um ponto fique maior que o limite operacional da unidade, pode-se optar por utilizar uma vazão turbinada menor para o respectivo ponto. As vazões turbinadas referentes aos nove pontos podem ser visualizadas por meio da Tabela 4.15.

Tabela 4.15: Vazões turbinadas iniciais em m³/s via PLIM – Caso Base.

Usina	$Q^*(x,1)$	$Q^*(x,2)$	$Q^*(1,3)$	$Q^*(2,3)$	$Q^*(3,3)$
H ₁	51,0	68,0	85,0	85,0	85,0
H ₂	48,0	64,0	80,0	80,0	80,0
H ₃	217,0	303,5	390,0	370,0	350,0
H ₄	185,0	267,0	349,0	349,0	349,0
H ₅	248,0	347,0	446,0	446,0	370,0
H ₆	189,0	265,0	341,0	341,0	300,0
H ₇	330,0	462,0	594,0	594,0	594,0
H ₈	524,0	734,0	944,0	944,0	770,0

As potências de entrada correspondentes aos nove pontos podem ser conferidas na Tabela 4.16.

Tabela 4.16: Potências iniciais em MW via PLIM – Caso Base.

Usina	P^* (1,1)	P^* (1,2)	P^* (1,3)	P^* (2,1)	P^* (2,2)	P^* (2,3)	P^* (3,1)	P^* (3,2)	P^* (3,3)
H ₁	34,0	45,2	50,5	37,2	49,7	56,0	41,4	55,8	63,6
H ₂	37,7	49,1	55,4	38,3	54,5	58,4	40,7	54,9	62,7
H ₃	199,4	295,8	353,4	249,9	367,7	427,2	258,3	379,7	426,5
H ₄	168,5	247,2	283,3	174,8	257,3	296,1	182,4	269,6	311,9
H ₅	166,6	231,1	256,7	228,0	319,5	360,7	246,2	346,1	362,9
H _{6 1}	103,6	146,4	169,1	111,7	160,4	189,1	117,2	170,7	204,3
H _{6 2}	101,9	150,0	184,8	110,5	162,9	201,3	117,0	172,8	189,6
H ₇	178,1	247,4	273,3	186,8	260,6	289,5	192,5	269,2	300,1
H ₈	63,4	88,1	96,8	70,5	98,7	109,8	81,0	115,2	119,5

Adicionalmente, é necessário também determinar os valores iniciais da cota de jusante, das perdas hidráulicas e dos coeficientes que representam de forma linear a função cota de montante. Tais valores são mostrados na Tabela 4.17.

Tabela 4.17: Valores iniciais para o cálculo da queda líquida via PLIM – Caso Base.

Usina	fcj^* (m)	ph^* (m)	A_0 (m)	$A_1(x10^{-2})$ (m/hm ³)
H ₁	706,2	1,8	787,5	6,679
H ₂	606,9	3,1	705,5	0,000
H ₃	297,4	2,6	700,0	1,104
H ₄	494,2	1,8	602,0	1,289
H ₅	391,3	1,7	481,0	0,608
H ₆	322,7	3,3	397,0	0,000
H ₇	258,0	1,0	325,0	0,000
H ₈	241,8	0,2	258,0	3,458

O modelo de PLIM resultante possui 13.297 variáveis, sendo 4.176 binárias, e 14.406 restrições. O critério de parada do algoritmo consiste em limitar o um tempo máximo em 10 minutos ou parar com um *gap* de otimalidade menor ou igual a 0,5%.

Para o caso base, o algoritmo convergiu com 22,15 segundos e um *gap* de 0,46%. O valor da função objetivo obtido foi de 156.390,3 m³/s.

A fim de analisar a qualidade da solução, na Tabela 4.18 é apresentado o despacho de potência resultante da otimização via PLIM na usina H₆.

Tabela 4.18: Gerações obtidas na usina H₆ via PLIM – Caso Base.

Estágio	<i>pg</i>₁ (MW)	<i>pg</i>₂ (MW)	<i>pg</i>₃ (MW)	<i>pg</i>₄ (MW)	<i>pg</i>₅ (MW)	<i>pg</i>₆ (MW)
1	0,00	0,00	130,00	120,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	120,00	130,00	0,00	0,00
3	159,36	0,00	170,32	170,32	0,00	0,00
4	170,32	0,00	159,36	170,32	0,00	0,00
5	159,36	0,00	170,32	170,32	0,00	0,00
6	159,36	0,00	170,32	170,32	0,00	0,00
7	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
8	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
9	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
10	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
11	182,00	182,00	177,67	182,00	168,16	168,16
12	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
13	177,67	182,00	182,00	182,00	168,16	168,16
14	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
15	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
16	177,67	182,00	182,00	182,00	168,16	168,16
17	182,00	182,00	177,67	182,00	168,16	168,16
18	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
19	182,00	182,00	182,00	177,67	168,16	168,16
20	0,00	170,32	159,36	170,32	0,00	0,00
21	0,00	170,32	159,36	170,32	0,00	0,00
22	170,10	0,00	0,00	179,90	0,00	0,00
23	170,10	0,00	0,00	179,90	0,00	0,00
24	170,32	179,68	0,00	0,00	0,00	0,00

Diferentemente do que ocorreu nas duas estratégias anteriores, a geração das unidades geradoras idênticas nem sempre foram iguais. Isto ocorre porque nos triângulos do espaço bidimensional de uma usina existem pontos (hl,q,p,g) em que, para uma determinada altura de queda líquida, a soma das vazões relativas à diferentes valores de potência fornecem o mesmo valor que a soma das vazões relativas à valores de potências iguais. No entanto, esta estratégia priorizou o despacho das unidades do Grupo 1. Adicionalmente, percebe-se que a restrição de *uptime* está sendo atendida.

Apesar dos resultados não apresentarem vertimentos, o volume final teve uma redução significativa. O valor do volume final da cascata foi de 19.318,15 hm³ (7.247,15 hm³ de volume útil). Os volumes iniciais e finais de cada reservatório, assim como a diferença entre os mesmos, podem ser conferidos na Tabela 4.19.

Tabela 4.19: Volumes iniciais e finais via PLIM – Caso Base.

Usina	v_0 (hm ³)	v_0 (%)	v_{24} (hm ³)	v_{24} (%)	Diferença (%)
H ₁	300,00	50,00	290,99	48,49	-3,00
H ₂	35,00	100,00	34,57	98,71	-1,23
H ₃	5.208,00	84,99	5.148,83	84,03	-1,14
H ₄	2.930,00	94,84	2.902,35	93,86	-0,09
H ₅	6.158,00	85,00	6.141,58	84,71	-0,27
H ₆	1.078,00	58,18	1.053,74	57,20	-2,25
H ₇	3.573,00	100,00	3.559,38	99,67	-0,38
H ₈	197,50	50,14	186,70	47,33	-5,45

Percebe-se a partir da Tabela 4.19 que, diferentemente ao que ocorreu nas outras estratégias, todos os reservatórios tiveram decréscimo em seus volumes.

4.3.1.4 Análise Comparativa

Um resumo dos resultados de cada estratégia e os tempos computacionais utilizados para cada simulação são expressos na Tabela 4.20.

Tabela 4.20: Resumo dos resultados – Caso Base.

Resultados\Casos	RL/RP	AOA	PLIM
------------------	-------	-----	------

Vazão Defluente (m³/s)	153.719,9	153.896,3	156.390,3
Armazenamento Final (hm³)	19.355,46	19.355,44	19.318,15
Tempo de Simulação (s)	50,65	457,21	22,15

A fim de detalhar ainda mais essas comparações, a Tabela 4.21 apresenta os resultados das vazões defluentes por usina e a Tabela 4.22 ilustra os volumes finais em cada reservatório para as três estratégias propostas. As diferenças percentuais entre os resultados são mostradas tomando os resultados da RL/RP como referência.

Tabela 4.21: Vazões Defluentes em m³/s – Caso Base.

Usina	RL/RP	AOA	Diferença (%)	PLIM	Diferença (%)
H ₁	2.352,98	2.352,97	-0,0004	2.500,70	+6,2748
H ₂	2.422,63	2.423,98	+0,0557	2.553,92	+5,6985
H ₃	16.608,76	16.608,73	-0,0002	16.433,57	-1,0534
H ₄	15.459,23	15.463,30	+0,0263	16.626,17	+1,0755
H ₅	23.561,09	23.683,80	+0,5208	22.952,80	-2,5801
H ₆	30.244,80	30.334,47	+0,2965	28.881,51	-4,5071
H ₇	31.989,20	31.989,17	-0,0001	32.116,64	+1,0040
H ₈	31.039,97	31.039,91	-0,0002	34.324,98	+10,5834

Tabela 4.22: Volumes finais em hm³ – Caso Base.

Usina	RL/RP	AOA	Diferença (%)	PLIM	Diferença (%)
H ₁	291,525	291,529	+0,0015	290,998	-0,1808
H ₂	34,550	34,519	-0,0907	34,570	+0,0057
H ₃	5.148,477	5.148,459	-0,0003	5.148,839	+0,0070
H ₄	2.932,130	2.932,150	+0,0006	2.902,348	-1,0157
H ₅	6.134,950	6.134,515	-0,0071	6.141,584	+0,1081
H ₆	1.050,940	1.051,081	+0,0135	1.053,738	+0,2662
H ₇	3.564,744	3.565,042	+0,0084	3.559,379	-0,2092
H ₈	198,168	198,150	-0,0091	186,696	-5,7890

Considerando os resultados da Tabela 4.20, percebe-se que a estratégia que obteve o melhor valor objetivo foi a resolvida via RL/RP.

A solução do AOA não foi tão acima da obtida pelo RL/RP, por isso também é uma boa solução viável. A Tabela 4.21 mostra que as principais diferenças de vazão turbinada ocorreram nas usinas H_5 e H_6 , ou seja, as vazões turbinadas dessas usinas no AOA resultaram em valores superiores à solução da RL/RP. Sendo assim, faz-se necessário comparar as vazões turbinadas nas horas em que o comissionamento de unidades dessas usinas foi diferente. A Tabela 4.23 apresenta tais resultados para a usina H_6 e aponta qual foi o melhor comissionamento de unidades em cada hora, quando os mesmos são diferentes.

Tabela 4.23: Alocação de unidades e vazões na usina H_6 – Caso Base.

Estágio	Q_6 RL/RP (m ³ /s)	Q_6 AOA (m ³ /s)	Alocação RL/RP (unidades)	Alocação AOA (unidades)
1	392,5	395,2	2	2
2	392,5	395,2	2	2
3	781,7	794,4	3	4
4	781,7	794,4	3	4
5	781,7	794,4	3	4
6	781,7	794,4	3	4
7	1.779,0	1.778,9	6	6
8	1.779,0	1.778,9	6	6
9	1.779,0	1.778,9	6	6
10	1.779,0	1.778,9	6	6
11	1.779,0	1.778,9	6	6
12	1.779,0	1.778,9	6	6
13	1.779,0	1.778,9	6	6
14	1.779,0	1.778,9	6	6
15	1.779,0	1.778,9	6	6
16	1.779,0	1.778,9	6	6
17	1.779,0	1.778,9	6	6
18	1.779,0	1.778,9	6	6
19	1.779,0	1.778,9	6	6
20	781,7	791,1	3	4
21	781,7	791,1	3	4
22	547,5	555,8	2	2
23	547,5	555,8	2	2

24	547,5	555,8	2	2
----	-------	-------	---	---

A partir da Tabela 4.23 verifica-se que a diferença do valor objetivo entre as estratégias RL/RP e AOA é, principalmente, devido à alocação de unidades nas horas 3, 4, 5, 6, 20 e 21. Além disso, o fato da RL/RP preferir despachar as unidades do grupo 1 na usina H₆ resultou em vazões turbinadas ligeiramente inferiores nas horas 1, 2, 22, 23 e 24. Isso ilustra que tais unidades são mais eficientes que as unidades do grupo 2.

Assim como na usina H₆, em H₅ a diferença de vazão turbinada ocorre principalmente por conta da diferença no comissionamento de unidades ao longo das horas⁷.

Como a diferença na função objetivo entre as estratégias AOA e RL/RP não é tão expressiva, o volume final das duas estratégias são quase iguais, com uma pequena vantagem para a estratégia resolvida via RL/RP. No entanto, o tempo de solução da RL/RP é muito menor que o obtido pelo AOA.

Apesar da estratégia de PLIM ter resultado em uma vazão defluente consideravelmente maior e um volume final bem inferior que as soluções das estratégias AOA e RL/RP, o comissionamento de unidades via PLIM foi bastante eficiente, pois alocou o mesmo número de máquinas que a estratégia da RL/RP em todas as usinas e estágios de tempo, privilegiando ainda o despacho das unidades mais eficientes na usina H₆. Além disso, o tempo de simulação na PLIM foi muito promissor.

Logo, as estratégias baseadas na RL/RP e no AOA apresentaram bons despachos e, conseqüentemente, boas soluções viáveis em termos de vazão defluente e volume final. Por sua vez, a estratégia baseada na RL/RP apresentou um comissionamento de unidades melhor. Nesse sentido, conclui-se que a RL/RP foi a estratégia que apresentou o melhor conjunto de resultados para este caso em particular.

4.3.2 Casos Variados

Para analisar a sensibilidade das estratégias de solução, foram testados diferentes cenários de demanda e de volumes iniciais. Para isso, foram acrescentados dois novos comportamentos de demanda. Os três

⁷ Quando a meta de demanda é de 900 MW, o AOA despacha quatro unidades e RL/RP despacha três. Isso resulta em um aumento de 17,85 m³/s de vazão turbinada em cada hora com demanda de 900MW no AOA.

comportamentos de demanda resultantes foram simulados para duas condições de volumes iniciais nos reservatórios. Ao todo, seis cenários serão simulados em cada estratégia de solução.

Os três comportamentos de metas de demanda para a cascata, resultado dos somatórios das metas de demanda por usina, podem ser observados na Figura 4.6.

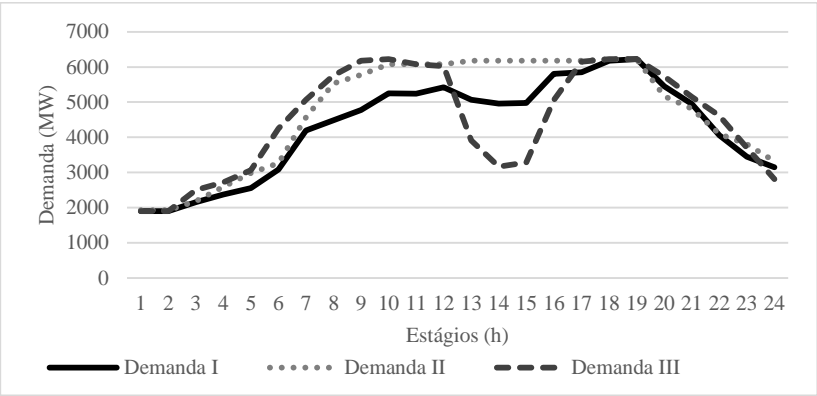


Figura 4.6: Metas de demanda para a cascata – Casos Variados.

O comportamento de demanda utilizado no Caso Base será, nesta seção, chamado de Demanda I. Para cada comportamento de demanda, duas condições de volumes iniciais serão consideradas. A primeira condição considera os volumes iniciais utilizados no Caso Base, conforme a Tabela 4.9. A segunda condição, ilustrado na Tabela 4.24, considera que os volumes dos reservatórios sejam inicializados com apenas 30% do volume útil.

Tabela 4.24: Volumes iniciais com 30%.

Usina	v_0 (hm ³)
H ₁	247,6
H ₂	34,3
H ₃	3.115,5
H ₄	2.678,4
H ₅	3.895,9
H ₆	1.047,0
H ₇	3.503,0

H_s

191,7

Os seis cenários resultantes serão apresentados da seguinte forma: os cenários 1 e 2 são referentes à Demanda I; os cenários 3 e 4 à Demanda II; e os cenários 5 e 6 são referentes à Demanda III. Os cenários ímpares consideram os volumes iniciais mais altos e os pares consideram os volumes iniciais iguais a 30% do volume útil.

Os resultados de todos os cenários podem ser visualizados na Tabela 4.25, na Tabela 4.26 e na Tabela 4.27. Note-se que são apresentados os valores resultantes das funções objetivo, volumes finais e tempos de simulação de cada estratégia de solução. As diferenças entre as soluções tomando os resultados da RL/RP como referência também são apresentadas.

Tabela 4.25: Valores da função objetivo – Casos variados.

Cenário	Fobj. RL/RP (m³/s)	Fobj. AOA (m³/s)	Dif. (%)	Fobj. PLIM (m³/s)	Dif. (%)
1	153.719,9	153.896,3	+0,12	156.390,3	+1,74
2	163.405,9	162.933,9	-0,29	164.024,0	+0,38
3	163.621,9	163.691,7	+0,04	166.684,8	+1,87
4	174.623,2	174.251,1	-0,21	175.094,5	+0,27
5	154.639,9	154.835,0	+0,13	157.164,1	+1,63
6	165.006,8	164.816,7	-0,12	165.249,5	+0,15

Tabela 4.26: Resumo dos volumes finais – Casos variados.

Cenário	Vol. final RL/RP (hm³)	Vol. final AOA (hm³)	Dif. (%)	Vol. final PLIM (hm³)	Dif. (%)
1	19.355,46	19.355,44	-0,000	19.318,15	-0,193
2	14.588,01	14.588,02	+0,000	14.576,57	-0,078
3	19.354,75	19.354,68	-0,000	19.318,18	-0,189
4	14.587,18	14.587,42	+0,002	14.576,57	-0,073
5	19.366,15	19.348,06	-0,094	19.331,27	-0,180
6	14.598,74	14.598,75	+0,000	14.588,34	-0,071

Tabela 4.27: Resumo dos tempos de simulação – Casos Variados.

Cenário	Tempo RL/RP (s)	Tempo AOA (s)	Dif. (%)	Tempo PLIM (s)	Dif. (%)
1	50,65	437,5	+763,85	22,15	-56,27
2	69,31	334,4	+382,50	109,19	+57,54
3	54,76	300,7	+449,14	19,06	-65,14
4	77,64	430,0	+453,84	93,32	+20,20
5	63,87	348,8	+446,11	83,80	+31,20
6	76,69	322,5	+320,49	99,51	+29,76

Em todas as estratégias de solução é observado um aumento considerável na função objetivo quando o volume inicial é reduzido a 30% do volume útil. Isso ocorre em decorrência da diminuição das alturas de queda líquida devido aos baixos volumes iniciais dos reservatórios. Além disso, quando o volume inicial é baixo, algumas usinas precisam verter água para que a usina a jusante tenha água suficiente para atender às metas de demanda.

Analizando os resultados presentes na Tabela 4.25, percebe-se que os valores da função objetivo das estratégias RL/RP e AOA foram muito próximos. Observando também os volumes finais resultantes (Tabela 4.26), percebe-se que para volumes iniciais altos a estratégia da RL/RP forneceu soluções de melhor qualidade. No entanto, para volumes iniciais de 30% o módulo AOA apresentou soluções ligeiramente melhores.

Para verificar a razão do despacho ser melhor no módulo AOA para volumes iniciais baixos, na Tabela 4.28 são apresentadas as situações em que o comissionamento de unidades foi diferente nas soluções do AOA e da RL/RP para o comportamento de demanda normal. Assim, pode-se verificar quais as vazões turbinadas apresentadas em cada estratégia e, conseqüentemente, determinar o melhor despacho.

Tabela 4.28: Comparação RL/RP x AOA no Cenário 2.

Caso	Usina	Hora	RL/RP (unid.)	AOA (unid.)	RL/RP (m³/s)	AOA (m³/s)
			Alocação		Q	
1	H ₄	10	2	3	552,2	555,7
2	H ₄	11	2	3	581,5	573,0
3	H ₄	13	3	4	767,0	776,0

4	H ₄	21	3	4	929,3	875,6
5	H ₅	8	3	4	1.124,3	1.073,0
6	H ₅	9	3	4	1.124,7	1.073,1
7	H ₅	12	3	4	1.126,0	1.073,7
8	H ₅	13	3	4	1.125,9	1.073,7
9	H ₅	14	3	4	1.126,1	1.073,8
10	H ₅	15	3	4	1.126,3	1.073,8
11	H ₅	22	3	4	1.127,5	1.074,4
12	H ₆	3	3	4	781,7	794,4
13	H ₆	4	3	4	781,7	794,4
14	H ₆	5	3	4	781,7	794,4
15	H ₆	6	3	4	781,7	794,4
16	H ₆	20	3	4	781,7	794,4
17	H ₆	21	3	4	781,7	794,4

Na Tabela 4.28 pode ser observado que em algumas horas a RL/RP forneceu os melhores comissionamentos e em outras o AOA foi melhor. No entanto, nas horas em que o comissionamento referente ao AOA foi melhor, a diferença entre as vazões turbinadas da usina foi mais expressiva. Por isso, os resultados do AOA superaram os da RL/RP nas simulações em que os volumes iniciais dos reservatórios das usinas são de 30%.

Assim como ocorreu no Caso Base, a solução da PLIM mostrou-se bastante eficiente no comissionamento de unidades geradoras. Para o Cenário 2, por exemplo, o número de unidades despachadas só não acompanhou a melhor alocação no Caso 1 da Tabela 4.28. No entanto, as variáveis contínuas não apresentaram soluções tão boas quanto às demais estratégias.

Os tempos de soluções das três estratégias apresentados na Tabela 4.27 foram satisfatórios para um planejamento da operação do dia seguinte. Porém, as estratégias da RL/RP e da PLIM apresentaram tempos de simulações consideravelmente inferior ao AOA.

Logo, a estratégia da RL/RP foi a que apresentou o melhor conjunto de resultados, principalmente por conta do tempo de simulação e da qualidade das variáveis contínuas resultantes. As soluções do AOA também foram muito promissoras, chegando a ser ligeiramente melhor que a RL/RP em alguns cenários. No entanto, AOA demandou de um tempo relativamente maior que as demais estratégias. A estratégia de PLIM exibiu as melhores soluções para as variáveis inteiras, apesar de não fornecer variáveis contínuas de qualidade compatível com a realidade. Além disso, o tempo de simulação na PLIM foi muito promissora, chegando a ser melhor que na RL/RP em alguns cenários.

4.3.3 Consideração de Metas de Demanda para Grupos de Usinas

Conforme citado no Capítulo 2, as metas de geração no Brasil são atribuídas pelo ONS para cada usina durante cada hora do dia seguinte (ONS, 2009). No entanto, diversas empresas podem ser detentoras de usinas em uma mesma cascata e as mesmas podem otimizar a vazão defluente de suas usinas na cascata. Isso pode resultar em soluções mais eficientes, tendo em vista que as unidades geradoras mais eficientes do grupo de usinas serão priorizadas. Para isso, as restrições de atendimento à demanda do problema devem ser substituídas pelas seguintes restrições:

$$\sum_{j=1}^{n_u} \sum_{e=1}^E pg_{jet} = L_{et}, \quad (4.1)$$

em que,

e é o índice associado a cada empresa;

E é o número de usinas pertencentes a empresa e .

Essas mudanças tornam o problema ainda mais complexo devido ao acoplamento espacial gerado. Nesse sentido, AOA não conseguiu retornar uma solução viável. Além disso, a decomposição da estratégia de RL/RP apresentada nesse trabalho impossibilita tais mudanças nas restrições de atendimento à demanda por resolver os subproblemas de programação por usina.

Como o interesse desta seção é verificar os resultados físicos com a alteração nas restrições de demanda, optou-se por utilizar a estratégia de PLIM. Neste sentido, os resultados apresentados a seguir, inicialmente, levam em consideração metas horárias de demanda para toda a cascata e, posteriormente, por grupos de usinas pertencentes a determinadas empresas.

4.3.3.1 Demanda por Cascata

A Tabela 4.29 mostra a diferença entre as funções objetivos dos casos em que se considera meta de demanda por cascata e por usina.

Tabela 4.29: Resultados e comparações – Meta por usina x Meta por cascata.

Cenário	Fobj. (m³/s)	Vf (hm³)	Fobj. (m³/s)	Vf (hm³)	Diferenças (%)
Meta por Usina		Meta por Cascata		Fobj./Vf	
1	156.390,3	19.318,15	114.732,4	19.446,50	-26,6/+0,66
2	164.024,0	14.576,57	124.523,4	14.699,45	-24,1/+0,84
3	166.684,8	19.318,18	134.557,0	19.427,87	-19,3/+0,56
4	175.094,5	14.576,57	148.370,3	14.667,92	-15,3/+0,63
5	157.164,1	19.331,27	123.053,5	19.439,28	-21,7/+0,56
6	165.249,5	14.588,34	135.660,7	14.682,80	-17,9/+0,65

Na Tabela 4.29 percebe-se uma redução significativa na vazão defluente total das usinas quando a meta de geração é atribuída para toda a cascata. Como consequência, essa redução provoca um aumento no volume final da cascata.

Logo, os resultados mostram que considerar a meta para toda a cascata pode reduzir de forma considerável a vazão defluente e, consequentemente, aumentar o volume final da cascata ao final do período de planejamento. Por isso, se uma cascata pertence a uma mesma empresa, o aproveitamento hídrico é melhor otimizado quando considera-se a meta de demanda para toda a cascata.

4.3.3.2 Demanda por Empresa

Como as usinas da cascata em estudo são baseadas nas usinas da Bacia do Rio Iguaçu, foi considerado que cada usina pertence aos detentores reais destas usinas. Neste sentido, as usinas H₁, H₂, H₃, H₄ e H₇ pertencem à Empresa 1, H₅ e H₆ pertencem à Empresa 2 e H₈ pertence à Empresa 3.

Na Tabela 4.30 a diferença percentual dos resultados de vazão defluente e volume final da cascata destas simulações, quando comparadas às que consideram metas de demanda para cada usina.

Tabela 4.30: Resultados e comparações – Meta por usina x Meta por empresa.

Cenário	Fobj. (m³/s)	Vf (hm³)	Fobj. (m³/s)	Vf (hm³)	Diferenças (%)
Meta por Usina		Meta por Empresa		Fobj./Vf	

1	156.390,3	19.318,15	146.915,2	19.324,01	-6,06/+0,030
2	164.024,0	14.576,57	160.287,2	14.580,10	-2,28/+0,024
3	166.684,8	19.318,18	157.662,8	19.323,39	-5,41/+0,027
4	175.094,5	14.576,57	172.080,4	14.578,87	-1,72/+0,016
5	157.164,1	19.331,27	147.722,4	19.335,40	-6,01/+0,021
6	165.249,5	14.588,34	161.484,7	14.591,11	-2,28/+0,019

Na Tabela 4.30 pode-se perceber que as vazões defluentes das soluções que consideraram metas de demanda por empresa foram reduzidas em todos os cenários. Isso resultou em volumes finais maiores para a cascata.

A economia de vazão defluente de cada empresa em cada cenário pode ser visualizada na Tabela 4.31.

Tabela 4.31: Vazão defluente economizada - Meta por empresa.

Cenário	Empresa 1 (m³/s)	Empresa 2 (m³/s)	Empresa 3 (m³/s)
1	4.207,67	4.367,39	918,59
2	240,00	1.287,26	526,07
3	4.670,91	3.620,04	731,02
4	42,23	1.152,11	228,84
5	5.539,62	3.441,06	454,75
6	1.148,98	1.169,56	349,63

4.4 CONCLUSÕES

Este capítulo analisou comparativamente os resultados das três estratégias de solução propostas neste trabalho para otimizar o comissionamento de 29 unidades geradoras de oito usinas acopladas em cascata para diferentes cenários de demanda e de volumes iniciais.

Inicialmente, uma descrição dos parâmetros de entrada relativo às características técnicas e operativas das máquinas do problema foi apresentada. Na sequência, as estratégias de solução foram simuladas e comparadas para um Caso Base. Depois disso, dois novos cenários de demanda e um novo cenário de volumes iniciais foram criados para que novas simulações validassem as estratégias de solução.

As simulações para os diversos cenários considerados mostraram que as estratégias da RL/RP e do AOA apresentaram boas soluções

viáveis. No entanto, a RL/RP apresenta um conjunto de soluções melhores, além de um tempo de simulação bastante reduzido. A PLIM apresenta uma boa solução para as variáveis binárias, mas as variáveis contínuas resultantes não são tão boas como nas demais estratégias.

Por fim, simulações que consideraram as metas de demanda para grupos de usinas apresentaram um melhor aproveitamento dos recursos disponíveis quando comparado às simulações que consideram as metas de demanda para cada usina.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O tema central deste trabalho é o problema de comissionamento de unidades geradoras em usinas hidrelétricas acopladas em cascata no âmbito da PDO. Por isso, o objetivo principal consiste em realizar uma análise comparativa de diferentes estratégias de solução para este problema.

O problema é modelado com o intuito de maximizar o aproveitamento das unidades geradoras. Por isso, a função objetivo do problema é dada pela minimização da vazão defluente de todas as usinas hidrelétricas. As restrições que representam as funções de produção das unidades tendem a otimizar o despacho de forma eficiente e, por isso, são modeladas de forma a considerar os rendimentos e as perdas inerentes às etapas envolvidas no processo de transformação da energia potencial gravitacional da água em energia elétrica. Além da função de produção, diversas restrições operativas referentes aos limites das variáveis do problema, bem como o acoplamento hidráulico entre as usinas e os tempos mínimos que cada unidade precisa ficar ligada são considerados na modelagem.

O problema modelado é de natureza não linear com variáveis binárias e de grande porte, o que torna o problema complexo e de difícil solução. Por isso, para resolvê-lo, utilizou-se três estratégias de solução baseadas em técnicas de programação matemáticas as quais garantiram boas soluções viáveis.

A primeira estratégia de solução é dividida em duas etapas: a RL e a RP. A RL decompõe o problema original em subproblemas menores e mais fáceis de serem resolvidos, e usa o método de feixes para resolver o problema dual. Como a solução da RL é inviável ao problema original, a etapa da RP é executada para recuperar esta solução. Esta segunda etapa utiliza a metodologia do LAI. A segunda estratégia apresentada é baseada na solução do problema utilizando uma ferramenta computacional (AOA) específica para problemas de PNLIM. Na terceira estratégia de solução, as alturas de quedas líquidas e as funções de produção são linearizadas e o problema resultante é resolvido com ferramentas específicas para problemas de PLIM.

Os diversos resultados e análises comparativas entre as três estratégias de solução são apresentados para três cenários de demanda e dois de volumes iniciais em uma cascata com oito usinas hidrelétricas e 29 unidades geradoras.

Os resultados mostram proximidades entre as soluções das estratégias da RL/RP e do AOA. No entanto, a RL/RP se mostra ligeiramente mais eficiente à solução do módulo AOA por conta do tempo de simulação bastante inferior.

O fato das soluções do módulo AOA terem ficado tão próximas das soluções da RL/RP mostra que pacotes computacionais de PNLIM estão ficando cada vez mais atrativos, tendo em vista o tamanho e a complexidade do problema formulado neste trabalho.

O problema de PLIM apresentou as melhores soluções para as variáveis inteiras. No entanto, as soluções das variáveis contínuas não foram boas, tendo em vista que o despacho para as unidades idênticas resultava em vazões diferentes. Além disso, os tempos de solução desta estratégia também foram muito bons. Em alguns cenários, a convergência da PLIM ocorreu em um tempo menor que na estratégia da RL/RP.

No geral, levando-se em conta a relação qualidade da solução e esforço computacional, a RL/RP é a estratégia que apresentou o melhor desempenho.

Além das análises comparativas entre as estratégias de solução, esta dissertação mostrou simplificações nas estratégias de solução que possibilitaram reduções significativas nos tempos de simulação. Isso pode ser interessante quando se tem interesse em discretizar o horizonte de planejamento em intervalos menores e aumentar o número de usinas acopladas em cascata.

Adicionalmente, uma alternativa na forma de se resolver os subproblemas de programação para a estratégia da RL/RP, desconsiderando as restrições de *uptime*, apresenta resultados de melhor qualidade. Esta opção pode ser viável quando não se tem oscilações muito grandes no perfil de demanda.

Por fim, simulações que consideraram as metas de demanda para grupos de usinas mostram reduções significativas na função objetivo do problema e, conseqüentemente, um maior aproveitamento dos recursos energéticos. Neste sentido, caso um agente gerador possua várias usinas em cascata vale a pena considerar tais alterações nas restrições de atendimento à demanda.

Como sugestões futuras, no sentido de melhorar a solução da estratégia da RL/RP, pode-se aperfeiçoar a solução dos subproblemas de PNLIM para que o comissionamento resultante fique ainda mais eficiente. Além disso, pode-se também implementar diferentes heurísticas de RP conforme apresentado em (ARISTIZÁBAL, 2012).

O algoritmo do módulo AOA pode ser modificado ou adaptado (HUNTING, 2011). Por isso, o mesmo pode ser analisado a fim de se encontrar formas de se melhorar a qualidade da solução e/ou o tempo de simulação. Além disso, pode-se também tentar utilizar as soluções da RL ou da PLIM como entradas no algoritmo do módulo AOA.

Para o problema de PLIM, pode-se estudar uma maneira de se melhorar o cálculo da altura de queda líquida por meio de uma representação mais realística para a cota de jusante, visto que neste trabalho ela é considerada constante. Além disso, pode-se verificar se a criação de mais pontos para a representação da função de produção melhora a qualidade da solução.

Por fim, uma melhor representação da curva colina, utilizando funções de ordem mais elevadas ou funções não lineares por partes, e do acoplamento hidráulico entre as usinas, considerando o tempo de viagem distribuído ao longo dos estágios, pode melhorar a modelagem do problema que busca maximizar a eficiência global da cascata.

REFERÊNCIAS

AIMMS. <http://www.aimms.com/>. Acessado em 28 de novembro de 2014.

ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica. **Capacidade de Geração do Brasil**. Disponível em <http://www.aneel.gov.br>. Acessado em 20 de fevereiro de 2015.

ARISTIZÁBAL, J. D. C. **Técnicas de Dualidade e Programação Não-Linear Inteira-Mista aplicadas ao Problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2012.

BATUT, J.; RENAUD, A. Daily Generation Scheduling Optimization with Transmission Constraints: A New Class of Algorithms. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.7, n. 3, p. 982-989, August, 1992.

BELLONI, A.; LIMA, A. L. D. S.; MACEIRA, M. E. P.; SAGASTIZABAL, C. Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems. The Brazilian Case. **Annals of Operations Research**, v.120, n.1, p.21-44. 2003.

BERTSEKAS, D. P. **Nonlinear Programming**, Athena Scientific, 2nd Edition, Belmont, MA, 1999.

CATALÃO, J. P. S.; POUSINHO, H. M. I.; MENDES, V. M. F. Mixedinteger nonlinear programming for head-dependent short-term hydro scheduling. In: **Energy and Electrical Drives, 2009. POWERENG '09. International Conference on Power Engineering**. 18-20 March 2009, p.90-94. 2009.

_____. Scheduling of head-dependent cascaded reservoirs considering discharge ramping constraints and start/stop of units. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.32, n.8, p.904-910. 2010a.

_____. Mixedinteger nonlinear approach for the optimal scheduling of a head-dependent hydro chain. **Electric Power Systems Research**, v.80, n.8, p.935-942. 2010b.

_____. Mixed-Integer Nonlinear Programming Approach for Short-Term Hydro Scheduling. **IEEE Latin America Transactions**, v.8, n.6, p.658-663, 2010c.

CEPEL. **Manual de Referência - Modelo NEWAVE**. Rio de Janeiro, RJ, 2001.

_____. **Manual de Referência - Modelo DECOMP**. Rio de Janeiro, RJ, 2003.

COHEN, G. Auxiliary Problem Principle and Decomposition of Optimization Problems. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 32, n. 3, November, 1980.

CORDOVA, M. M.; FINARDI, E. C.; RIBAS, F. A. C.; PASE, C. D.; MATOS, V. L.; SCUZZIATO, M. R.; COUTO, F. A. B.; MARTINS, F. R. S. **Sistema de Gestão em Tempo Real para Avaliação da Performance e Otimização da Produção de Energia na Usina Hidrelétrica de Itá**. VII Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica. Rio de Janeiro, Brasil. 2013.

CPLEX. <http://www.aimms.com/aimms/solvers/cplex/>. Acessado em 28 de novembro de 2014.

D'AMBROSIO, C. **Application-oriented Mixed Integer Non-Linear Programming**. Tesi (Dottorato di Ricerca in Automatica e Ricerca Operativa) – Universit'a Dedli Studi di Bologna. Itália, 2009.

DINIZ, A. L. **Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada na Rede Elétrica - Aplicação ao Sistema Brasileiro**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2007.

DUBOST, L.; GONZALEZ, R.; LEMARÉCHAL, C. A primal-proximal heuristic applied to the French Unit-commitment problem. **Mathematical Programming**, v.104, n.1, p.129-151. 2005.

DURAN, M.A.; GROSSMANN, I.E. **An outer-approximation algorithm for a class of mixed-integer nonlinear programs**, *Mathematical Programming* 36, 307–339, 1986.

FERREIRA, L. A. F. M.; ANDERSON, T.; IMPARATO, C. F. Short-term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems. **Electrical Power Energy Systems**, v. 11, n. 3, 1989.

FINARDI, E. C. **Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Seqüencial**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

FRANGIONI, A.; GENTILE, C.; LACALANDRA, F. Tighter Approximated MILP Formulations for Unit Commitment Problems., **IEEE Transactions on Power Systems**, v.24, n.1, p.105-113. 2009.

FREUND, R. M. Applied Lagrange Duality for Constrained Optimization. **Massachusetts Institute of Technology**, February, 2004.

GONÇALVES, R. E. C. **Análise Comparativa entre Diferentes Métodos de Otimização Estocástica na Solução do Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2007.

_____. **Desenvolvimento de Modelos de Programação Estocástica aplicados à Programação Mensal da Operação Energética: Uma Análise Comparativa de Desempenho Computacional**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2011.

GUIGNARD, M., KIM, S., Lagrangean decomposition: a model yielding stronger lagrangean bounds, **Mathematical Programming**, v. 39, n. 2, p. 0215-0228, 1987.

GULLIVER, J. S.; ARNDT, R. E. **Hydropower Engineering Handbook**. McGraw-Hill. 1991.

HUNTING, M. **The AIMMS Outer Approximation Algorithm for MINPL**, AIMMS White Paper, November, 2011.

KIWIEL, K. C. Proximity control in bundle methods for convex nondifferentiable minimization. **Mathematical Programming**, v.46, p.105-122. 1990.

KLIGERMAN, A. S. **Operação ótima de subsistemas hidrotérmicos interligados utilizando programação dinâmica estocástica dual**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 1992.

LARROYD, P. V. **Comparação de Políticas com Aversão a Risco para o Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2012.

LEMARÉCHAL, C.; PELLEGRINO, F.; RENAUD, A.; SAGASTIZÁBAL, C. Bundle Methods Applied to the Unit Commitment Problem. **System Modeling and Optimization**, p. 395-402, Chapman and Hall, 1996.

LEMARÉCHAL, C.; RENAUD, A. A Geometric Study of Duality Gaps, With Applications. **Mathematical Programming**, v. 90, n. 3, p. 399-427, 2001.

LI, X.; LI, T.; WEI, J.; WEI, J.; WANG, G.; YEH, W. W. G. Hydro Unit Commitment via Mixed Integer Linear Programming: A Case Study of the Three Gorges Project. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 29, n. 3, p. 1232-1241, May, 2014.

MAHALIK, M. R.; VESELKA, T. D.; MAHAJAN, A. Application of a New Tool to Magazine Hydropower Day-Ahead Scheduling and Real-Time Operations. **Industrial Engineering and Operations Research**. California, USA, p. 1-37. 2012.

MARTIN, Q. W. Automated Real-Time Hydropower Scheduling for Lower Colorado River, Texas. **American Society of Civil Engineers (ASCE)**. USA. 2000.

MATOS, V. L. D. **Um Modelo para o Planejamento Anual da Operação Energética considerando Técnicas Avançadas de Otimização Estocástica**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2012.

MONTIBELLER, F. **Aplicação do Método de Feixes ao Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo para Sistemas Hidrotérmicos**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Unifersidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

ONS. **Procedimentos de Rede - Submódulo 8.1: Programação diária da Operação Eletroenergética**. 2009.

_____. www.ons.org.br. Acessado em 28 de novembro de 2014.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Application of Decomposition Techniques to the Mid - and Short - Term Scheduling of Hydrothermal Systems. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, v.PAS-102, n.11, p.3611-3618. 1983.

_____. Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: A decomposition approach. **Water Resources Research**, v.21, n.6, p.779-792. 1985.

RIBAS, F. A. C. Otimização da Geração de Energia em Centrais Hidrelétricas. **Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**. 2003.

RODRIGUES, R. N.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. D. **Alocação de unidades hidrelétricas no problema da programação da operação energética utilizando relaxação lagrangeana e lagrangeano aumentado**. Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica, v.17, p.155-166. 2006.

RODRIGUES, R. N. **Um modelo para a programação da operação de sistemas hidrotérmicos baseado em relaxação lagrangeana**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2009.

SANTOS, M. L. L.; SILVA, E. L.; FINARDI, E. C.; GONÇALVES, R. E. C. Solving the Short Term Operating Planning Problem of Hydrothermal Systems by Using the Progressive Hedging Method. **16th Power System Computation Conference (PSCC)**. 2008.

_____. Practical aspects in solving the medium-term operation planning problem of hydrothermal power systems by using the progressive hedging method. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.31, n.9, p.546-552. 2009.

SANTOS, M. L. L. **Modelagem e Solução do Problema de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Curto Prazo no contexto da Programação Estocástica: uma aplicação do método *Progressive Hedging***. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2010.

SCUZZIATO, M. R. **Proposta de um Modelo para Alocação Ótima de Unidades Hidrelétricas para Usinas em Cascata**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2011.

SILVA, E. L.; FINARDI, E. C. Parallel processing applied to the planning of hydrothermal systems. **Parallel and Distributed Systems. IEEE Transactions on**, v.14, n.8, p.721-729. 2003.

TAKIGAWA, F. Y. K. **Desenvolvimento de um Modelo Computacional para o Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2010.

TEEGAVARAPU, R. S. V.; SIMINOVIC, S. P. Short-Term Operation Model for Coupled Hydropower Reservoirs. **Journal of Water**

Resources Planning and Management, ASCE, march/april 2000. 98-106.

WANG, J.; ZHANG, Y. Short-Term Optimal Operation of Hydropower Reservoirs with Unit Commitment and Navigation. **Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE**, january/february 2012. 3-12.

WOLSEY, L. A. **Integer Programming**, John Wiley & Sons, Inc., 1998.

WONNACOTT, T. H, WONNACOTT, R. J. **Introductory Statistics for Business and Economics**, Ontario, Canada, John Wiley & Sons, Inc, 1972.

ZHUANG, F.; GALIANA, F. D. Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation, **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 3, n. 2, p. 763-773, May, 1988.

APÊNDICE – Análise da Função de Produção do Problema de PLIM

Este apêndice tem o objetivo de apresentar uma análise da linearização da função de produção das unidades hidrelétricas na modelagem de PLIM. Neste sentido, inicialmente é apresentada a forma pelo qual os pontos necessários para a triangularização são definidos. Na sequência é explicado como a solução é encontrada e quais as funções das novas variáveis binárias. Por fim, são ilustrados os erros médios entre as funções de produção linear e não linear. Para tanto, a usina H_8 será utilizada para ilustrar o passo a passo do processo de linearização.

Inicialmente deve-se definir as três alturas de queda líquida que serão utilizadas. Para isso, é necessário analisar o gráfico que representa a altura de queda líquida obtido a partir da expressão não linear (2.11) apresentada no Capítulo 2. Na Figura A.1, o comportamento da queda líquida da usina H_8 é apresentada.

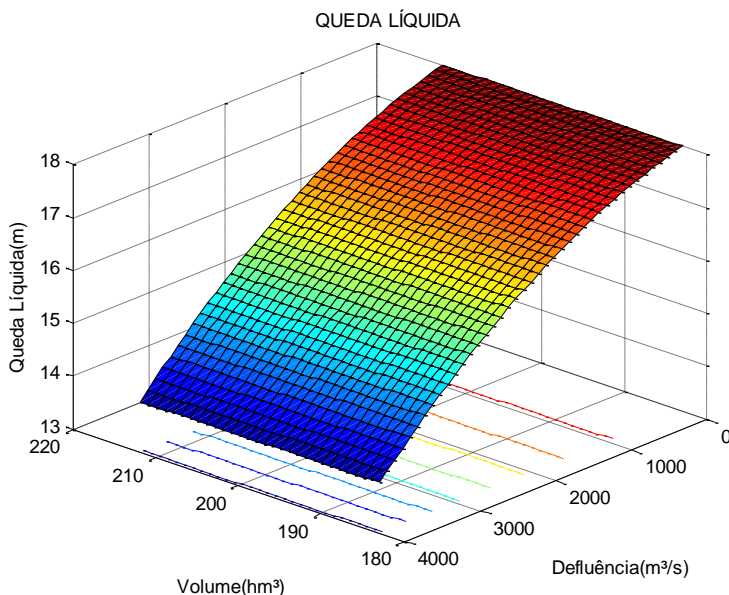


Figura A.1: Altura de queda líquida da usina H_8 .

A partir da Figura A.1, percebe-se um limite máximo de aproximadamente 18 metros e um limite mínimo de aproximadamente 14 metros. Além disso, sabe-se também, por meio da Tabela 4.1, que a altura de queda de projeto das unidades da usina H_8 é de 15,5 metros. Nesse sentido, pode-se definir as três alturas de queda do processo de linearização como sendo: 14, 15,5 e 18 metros. A função de produção não linear referente a cada queda é ilustrada na Figura A.2.

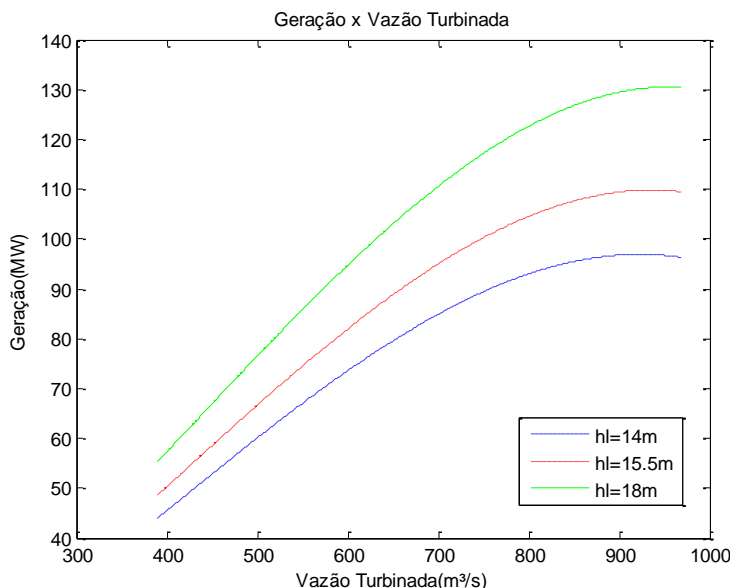


Figura A.2: Função de Produção não linear nas alturas de queda definidas para H_8 .

Os próximos passos consistem em definir as três vazões turbinadas e respectivas potências para cada curva da figura acima.

As vazões turbinadas são definidas utilizando os limites operativos (mínimo e máximo) das unidades. Como os limites mínimo e máximo das unidades de H_8 são, respectivamente, 524 e 944 m³/s e a média aritmética desses valores é 734 m³/s, os valores de vazões turbinadas utilizados em cada curva são: 524, 734 e 944 m³/s.

As gerações equivalentes a cada conjunto de altura de queda e vazão turbinada é obtida por meio da função de produção (2.16). Caso algum valor de potência ultrapasse o limite máximo, é interessante

reduzir a vazão máxima até que a geração equivalente fique próxima do limite máximo. Nesse caso, foi necessário reduzir o limite máximo de vazão turbinada para $770 \text{ m}^3/\text{s}$ na curva que representa a maior queda líquida para que a geração equivalente ficasse próxima dos 117 MW, que é o limite superior de geração desta unidade. Desta forma, obtêm-se nove pontos (H , Q , PG) como ilustrado na Figura A.3.

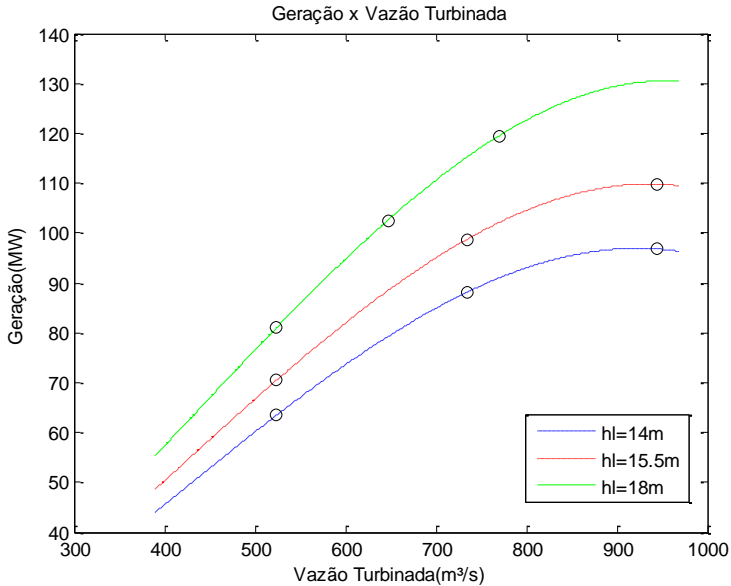


Figura A.3: Pontos criados em H_g .

No espaço bidimensional criado pelos pontos podem ser feitas diversas combinações de três pontos que formam triângulos. As restrições (3.51) a (3.56) utilizam as variáveis binárias a , b e c para definir os oito triângulos que serão utilizados na interpolação tridimensional. Observando tais restrições, percebe-se que a será igual a 1 quando o triângulo selecionado estiver acima da linha central horizontal (destacada em cinza), b será igual a 1 se o triângulo selecionado estiver à direita da linha central vertical (destacada em preto) e c será igual a 1 se o triângulo selecionado estiver ligado ao ponto central. Desta forma, os triângulos são definidos a partir das combinações das variáveis binárias (a, b, c). Na Figura A.4 são apresentados os triângulos formados no espaço bidimensional criado

pelos nove pontos e o endereçamento de cada um representado pela combinação das variáveis binárias (a,b,c) .

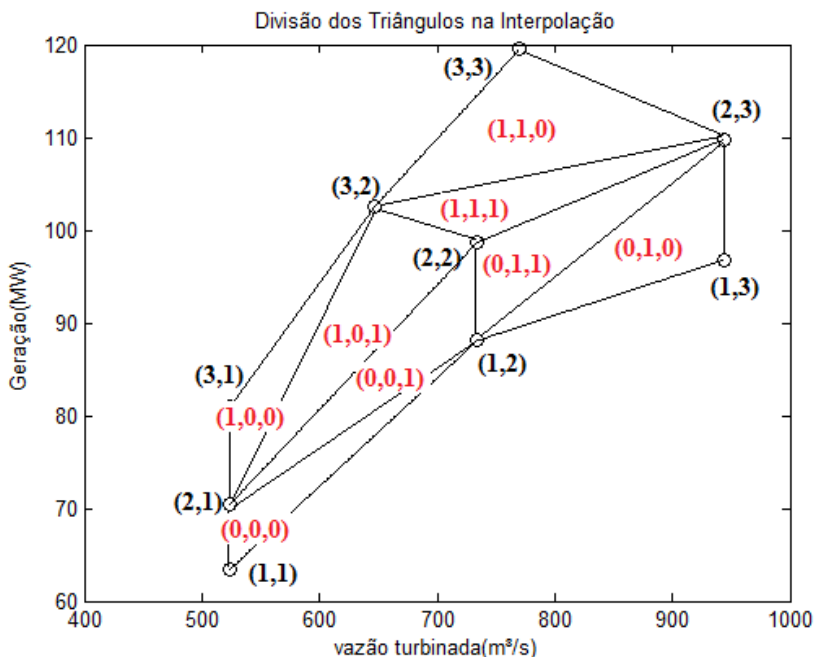


Figura A.4: Espaço bidimensional da função de produção em H_8 .

No problema linear proposto, a interpolação tridimensional é realizada utilizando pesos, w , para determinar pontos (hl, q, pg) dentro de um triângulo, a partir da altura de queda líquida obtida pela expressão linear (3.45). Por isso, se a unidade for despachada, a soma dos pesos de um triângulo selecionado para despachar uma unidade deve ser igual a 1.

Para exemplificar as funções das variáveis binárias criadas (a,b,c) e dos pesos (w), tome a solução do despacho da primeira hora da usina H_8 no Caso Base. Neste despacho, apenas uma unidade entrou em operação. As soluções das variáveis a , b e c nessa unidade foram, respectivamente, 1, 0 e 1. Isto significa que o triângulo escolhido foi o $(2,1)$ - $(2,2)$ - $(3,2)$. De fato, os únicos pesos não nulos são referente a esses três pontos. Neste caso, os pesos associados aos pontos $(2,1)$, $(2,2)$ e $(3,2)$ foram, respectivamente, 0,17, 0,47 e 0,36.

Para realizar uma análise comparativa entre as funções de produção linear e não linear, é preciso identificar diversos pontos dentro do espaço bidimensional criado no modelo linear e verificar as diferenças entre as gerações lineares (PG) e as não lineares (pg) para as alturas de quedas líquidas e vazões turbinadas relacionadas a cada ponto, isto é, calcula-se por meio da função de produção não linear (2.16) as potências geradas para a altura de queda e vazão turbinada de cada ponto e verifica a diferença com as potências geradas lineares destes mesmos pontos.

As diferenças médias absolutas para cada triângulo do espaço bidimensional criado na usina H_8 pode ser conferido por meio da Tabela A.1. Uma amostra de 5.149 pontos por triângulo foi considerada.

Tabela A.1: Erros médios entre as funções de produção linear e não linear.

Triângulo	Dif. Média absoluta (MW)
(1,1)-(1,2)-(2,1)	1,2142
(2,2)-(1,2)-(2,1)	1,2927
(1,3)-(1,2)-(2,3)	1,6250
(2,2)-(1,2)-(2,3)	1,6297
(2,1)-(3,2)-(3,1)	0,6173
(2,2)-(3,2)-(2,1)	0,6558
(3,3)-(3,2)-(2,3)	2,5412
(2,2)-(3,2)-(2,3)	2,3888